PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 17 — 1. September 1930 — 31. Jahrgang

Redaktionsschluß für Nr. 19 am 10. September 1930.

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

S. Kikuchi, Beugung der Materiestrahlen. Mit Tafel XXIV und XXV. S. 777.

Originalmitteilungen:

E. Rumpf, Über interferometrische Messungen des Tetrabromkohlenstoff-Moleküles. S. 791.

L. A. Woodward, Über den Ramaneffekt an Lösungen schwach ionisierter Salze. S. 792.

Vorträge von der 11. Tagung des Gauvereins Thüringen-Sachsen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 15. und 16. Juni 1930 in Halle a. S.

M. Wien, Über Hochfrequenzmessungen nach der Barrettermethode. S. 793.

P. Debye und H. Menke, Bestimmung der inneren Struktur von Flüssigkeiten mit Röntgenstrahlen. S. 797.

E. Nähring, Die Totalreflexion der Röntgenstrahlen. S. 799.

G. Joos, Die Jenaer Wiederholung des Michelson-Versuchs. Mit Tafel XXVI. S. 801.

Cl. Schaefer, F. Matossi und H. Aderhold, Die Polarisation der Ramanstrahlung in Kristallen. S. 801.

K. Schnetzler, Untersuchungen an Linienspektren von Kristallen. S. 802.

G. Podolanski, Die Polarisation zweier Wasserstoffatome im Grundzustand. S. 803.

H. Lucas, Zur quantitativen Spektralanalyse der Alkalien. S. 803.

M. Herzberger, Über nahfeldscharfe Abbildung. S. 805.

F. Weigert, Eine neue Gruppe von Lichtwirkungen. S. 806.

R. Hermann, Widerstand von Platte und Rohr bei hohen Reynoldsschen Zahlen. S. 806.

Besprechungen:

K. Rosenberg, Lehrbuch der Physik. S. 807.

F. Körner, Lehrbuch der Physik. S. 807.

L. Watrinet u. J. Eich, Physik der Arbeitsschule. S. 807.

G. Mahler, Physikalische Aufgabensammlung. S. 807.

H. G. Möller, Behandlung von Schwingungsaufgaben mit komplexen Amplituden und mit Vektoren. S. 808.

H. G. Möller, Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen. Dritte, vollst. umgearb. Auflage. S. 808.

Personalien. S. 808.

Gesuche. S. 808.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Beugung der Materiestrahlen.

Von Seishi Kikuchi.

Mit Tafel XXIV und XXV.

§ 1. Einleitung.

Seit Davisson und Germer entdeckt haben, daß die Elektronenstrahlen durch einen Nickelkristall gebeugt werden, gerade so wie Röntgenstrahlen durch ein Kristallgitter, haben verschiedene Autoren an diesem Problem experimentell bzw. theoretisch gearbeitet. Sie lieferten nicht nur die direkten Nachweise der Wellennatur der Materie, sondern wiesen auch die Richtigkeit der de Broglieschen Beziehung $\lambda = \frac{h}{p}$, zwischen dem Impuls des Elektrons und der Wellenlänge der entsprechenden Wellen nach. Dabei hat man den Brechungsindex des betreffenden Kristalls für den Elektronenstrahl eingeführt, der sehr nahe mit den mittleren inneren Potential des Kristalles zusammenhängt. Es sind auch schon einige Versuche gemacht worden, durch die Intensitätsmessungen der reflektierten Strahlen den Atomformfaktor für den Elektronenstrahl zu ermitteln, der mit der Potentialverteilung innerhalb des Kristallgitters und mit dem Atomformfaktor für den Röntgenstrahl in naher Beziehung steht. Die Wellennatur von Protonen und Atomkernen wurde auch vor kurzem experimentell erwiesen, und es ist festgestellt worden, daß die Wellenlänge auch durch $\lambda = \frac{h}{p}$ gegeben ist.

Der folgende Bericht behandelt im ersten Teil die experimentellen Ergebnisse in betreff der Elektronenstrahlen, im zweiten Teil der Protonen und Atomkerne und zum Schluß sind einige Bemerkungen über die Polarisation des Materiestrahls gegeben. Was die theoretische Seite dieses Problems betrifft, so ist es leider unmöglich, diese in dem vorliegenden kurzen Bericht zu behandeln. Sie ist erst erklärt, wenn man die Schrödingersche Gleichung im periodischen Potentialfeld bei geeigneter Grenzbedingung löst. In diesem Fall ist die Potentialver-

teilung innerhalb des Kristalls Hauptsache, während bei Röntgenstrahlen die Ladungsverteilung vor allem wichtig ist. Bethe (1) hat dies annäherungsweise durchgeführt und hat viele wichtige Resultate bekommen, die im folgenden ab und zu zitiert werden. Seine Arbeit zeigt auch, daß die gewöhnlichen, rein wellenkinematischen Betrachtungen zu Recht bestehen, wenn man sie auf die kinematischen Beziehungen zwischen den einfallenden und reflektierten Strahlen beschränkt. Man kann sie kurz wie folgt zusammenfassen:

Wir ordnen einem Elektronenstrahl von der Geschwindigkeit v eine ebene Welle von der Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{m v}$ zu, wobei h die Plancksche Konstante, m die Masse des Elektrons ist. Wenn diese Welle auf den Kristall fällt, streut jedes Molekül oder Atom des Kristalls sie in gleicher Phase, so daß die gestreuten Strahlen miteinander interferieren. So tritt die selektive Reflexion auf ebenso wie bei den Röntgenstrahlen. Der Brechungsindex für die Elektronenstrahlen μ ist durch die Gleichung

$$\mu = \sqrt{\frac{E + V_0}{E}} \qquad (1)$$

definiert, wobei E die Energie des primären Strahles in Volt, V_0 das mittlere innere Potential des Kristalls für ein Elektron bezeichnet. Die Bedingung, der die Richtung des einfallenden bzw. des selektiv reflektierten Strahles genügen muß, ist durch die den Brechungsindex mit berücksichtigende Lauesche bzw. Braggsche Beziehung gegeben. Insbesondere lautet die letztere, die oft bei der Ausrechnung des Brechungsindex gebraucht wird,

$$2\,d\sqrt{\mu^2 - \cos^2\Theta} = n\,\lambda, \qquad (2)$$

wobei bekanntlich d die Gitterkonstante, Θ den Glanzwinkel, λ die Wellenlänge, n eine ganze Zahl bezeichnet. Beim Eintritt in den Kristall und Austritt aus dem Kristall erfährt der Strahl eine Brechung. Zwischen den Richtungen dieser letzten Welle und der einfallenden Welle besteht die Fresnelsche Formel

$$\frac{\sin\Theta_v}{\sin\Theta_k} = \mu^{1}), \qquad (3)$$

Θ_v, Θ_k bezeichnen die Winkel zwischen der Normal zu der Oberfläche des Kristalls und dem Ausbreitungsvektor der Welle im Vakuum und im Kristall; μ ist Brechungsindex, der durch Gleichung (1) definiert ist. Man hat also auch ein Phänomen zu erwarten, das ganz der Totalreflexion der Lichtwellen analog ist.

Teil I.

Experimente über Elektronen.

Es erscheint hier zweckmäßig, die Erscheinungen nach ihrer Art in drei Gruppen zu teilen:

a) Beugung durch einen Einkristall;
b) Beugung durch Mischkristalle;
c) Beugung durch ein einzelnes Molekül.

a) Beugung durch einen Einkristall.

§ 2. Das Experiment von Davisson und Germer.

Das Beugungsphänomen von Elektronenstrahlen durch einen Kristall ist zuerst von Davisson und Germer (2) entdeckt worden. Sie haben dabei drei verschiedene Arten von Interferenzerscheinungen gefunden. Nämlich, diejenigen, die je vom Raumgitter, vom Ebenengitter und von den Gasmolekülen, die von dem Metall adsorbiert sind, herrühren.

1. Raumgitterinterferenz. Das Phänomen ist ganz der Laueschen Raumgitterinterferenz bzw. der Braggschen Reflexion des Röntgenstrahles analog. Davisson und Germer haben zuerst die Elektronen senkrecht auf die (111)-Fläche des Nickeleinkristalles fallen lassen und haben die Interferenzmaxima in den drei Ebenen gesucht, die Einfallsrichtung und (111)-, (110)- bzw. 100-Achse enthalten. Unterhalb der Geschwindigkeit von 370 Volt sind mehr als 20 Strahlen entsprechend den Laue-Flecken gefunden worden. Nachher hat man die Einfallsrichtung in der (110) Ebene variieren lassen und sozusagen die Braggsche Reflexion von der (111) Ebene bei verschiedenem Einfallswinkel beobachtet. Besteht so qualitativ betrachtet vollkommene Analogie zwischen der Reflexion von Elektronen und von Röntgenstrahlen, so ist quantitativ nur teilweise Analogie vorhanden. Nämlich die Lage der Maxima bzw. die Werte von Θ, die man beobachtete, stimmen nicht mit denjenigen überein, die man aus der gewöhnlichen Laueschen bzw. Braggschen Beziehung (ohne Berücksichtigung des Brechungsindex) und der Beziehung $\lambda = \frac{h}{m v}$ erwarten konnte. Um diese Diskrepanz zu erklären, haben Davisson und Germer zuerst eine ganz phänomenologische Hypothese eingeführt, nämlich, daß das Kristallgitter gegenüber den Elektronenstrahlen eine scheinbare Kontraktion erfährt. Eine andere Erklärung wurde von Eckart gemacht, indem er phäno-

1) Tatsächlich ist die Sache nicht so einfach. Für eine einfallende Welle können unendlich viele Ebenenwellen innerhalb des Kristalls entstehen, aber im allgemeinen ist eine ihrer Amplituden sehr groß gegenüber den übrigen. Zwischen dieser und der einfallende Welle besteht die Beziehung (3).

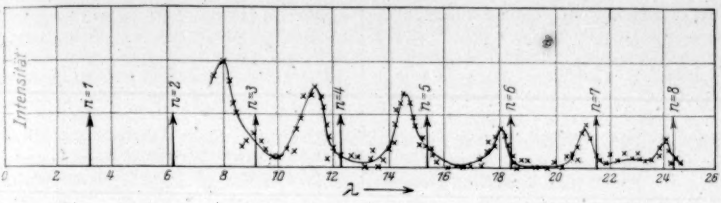


Fig. 1.

menologisch den Brechungsindex der Materiewellen einführte. Unabhängig davon hat Bethe (1) gezeigt, daß ein Brechungsindex direkt von der Wellenmechanik gefordert wird.

Dieser Sachverhalt ist bei der Braggschen Reflexion sehr gut einzusehen. Die Bedingung dafür, daß die selektive Reflexion stattfindet, ist im Fall $\mu = 1$ durch $2d\sin\Theta = n\lambda$ gegeben. Es ist also bei einem bestimmten Wert von Θ das λ, für das die Selektivreflexion stattfindet, gegeben durch $\frac{2d\sin\Theta}{n}$, wobei $n = 1, 2 \ldots$ ist. Fig. 1[1]) zeigt die Änderung der Intensität der Reflexion mit λ, wobei der Reflexionswinkel 11^0 war. Die Pfeile zeigen die Stellen, wo $\lambda = \frac{2d\sin\Theta}{n}$ ist, also die Stellen, wo man Intensitätsmaxima erwarten sollte. Wie man sieht, stimmen sie nicht mit den Maxima der Kurve überein. Diese Diskrepanz läßt sich, wie oben gesagt, durch die Einführung des Brechungsindex sehr gut erklären. Aber es war noch nicht von vornherein klar, welchem Pfeil das jeweilige Maximum zuzuordnen war. Davisson und Germer haben zuerst zwei Alternativen vorgeschlagen, indem sie das erste Maximum $n = 2$ oder $n = 3$ zuordnen und über die Plausibilität beider Zuordnungen sich auseinandergesetzt haben. Bethe (1) hat durch theoretische Überlegung gezeigt, daß ihr zweiter Vorschlag, nämlich das erste Maximum dem $n = \frac{1}{3}$ zuzuordnen, zutreffend ist. Die Plausibilität dieser Zuordnung beruht auf dem folgenden Grund. Man kann aus (2) μ berechnen, indem man irgendeine Zuordnung trifft. Man bekommt $\mu < 1$ oder $\mu > 1$, je nachdem man die erste oder zweite Zuordnung wählt. Nun ist das durch Bethe berechnete mittlere Potential innerhalb des Kristallgitters größer als 0, und das stimmt ganz gut mit der Tatsache überein, daß man eine positive Arbeit braucht, um ein Elektron aus dem Metall zu lösen[2]). Es muß also nach (1) μ größer als 1 sein, wie es aus der zweiten Zuordnung folgt. Zuerst haben Davisson und Germer die zweite Alternative deshalb abgelehnt, weil dann eine gewisse Anzahl von reflektierten Strahlen, die beobachtet werden müßten, fehlte. Bethe hat dies weiter durch die Totalreflexion erklärt. Nämlich die Strahlen, die streifend vom Kristall nach außen gerichtet sind, erfahren die Totalreflexion an der Oberfläche und werden nicht beobachtet.

Die Werte von μ als Funktion von E — Energie des primären Strahls — sind gegeben aus (1): nämlich $\mu = \left(1 + \frac{V_0}{E}\right)^{1/2}$. Nach den Versuchen von Davisson und Germer ist μ für E oberhalb von 150 Volt sehr gut durch diese Gleichung wiedergegeben, wenn man $V_0 = 18$ Volt setzt. Die theoretisch berechneten Werte von Bethe geben auch 18 Volt für einen Nickelkristall, ganz in Übereinstimmung mit dem obigen beobachteten Wert. Unterhalb von 150 Volt aber sind die beobachteten Werte von μ sehr unregelmäßig; es gibt ein der anomalen Dispersion des Lichtes ähnliches Phänomen. Die Erklärung dieser Erscheinung konnten sie nicht geben. Rupp hat ebenfalls in seiner Arbeit, über die noch berichtet wird, diese Anomalie nicht finden können. Es ist also sehr wünschenswert, diesen Punkt experimentell genau festzustellen.

Die genauere Untersuchung von Davisson und Germer zeigt, daß es in Fig. 1 noch kleine Maxima gibt, die genau mit den Pfeilen zusammenfallen. Davisson und Germer haben dies wie folgt erklärt. Die Oberfläche von Kristallen ist wohl nicht eine Ebene, sondern besteht aus vielen kleinen Ebenen, deren Höhen um das Vielfache von d verschieden sind, und die Strahlen, die von der Ebene von verschiedenen Höhen reflektieren, interferieren miteinander; dabei ist von einem Brechungsindex sicher keine Rede.

2. Ebenengitterinterferenz. Wie oben gesagt, haben Davisson und Germer neben der gewöhnlichen Laue-Interferenz auch diejenige, die nur von einer Schicht der Atome an der Oberfläche herrührt, beobachtet. Diese Tatsache, die man bei den Röntgenstrahlen nicht beobachtet hat, kommt dadurch zustande, daß die Absorption bei den Elektronenstrahlen viel

1) Die Figur ist aus der Arbeit Davisson und Germer entnommen.

2) Siehe § 9.

größer ist als diejenige bei Röntgenstrahlen. Die Elektronen können nur ein paar Schichten tief von der Oberfläche aus eindringen, und die Zahl der an der Reflexion beteiligten Ebenen ist nicht groß genug, um die Raumgitterinterferenz vollkommen zu machen. Die Bedingung für die Interferenz ist dabei gegeben durch

$$d(\sin\Theta_1 - \sin\Theta_2) = n\lambda, \qquad (4)$$

wobei d den Abstand zwischen den Reihen von Atomen in der Ebene senkrecht zur Einfallsebene, Θ_1, Θ_2 die Winkel zwischen der Normale der Ebene und der Einfalls- bzw. Reflexionsrichtung, n eine ganze Zahl bezeichnen. Es ist zu erwarten, daß der Brechungsindex hier keine Rolle spielen wird, und das ist wirklich der Fall. Die Lage des Maximums stimmt ganz gut mit derjenigen überein, die man aus (4) erwartet hat. Die Intensität der reflektierten Strahlen von dieser Art hängt sehr empfindlich von dem Zustand der Oberfläche ab. Um ein deutliches Maximum zu bekommen, muß man vorher den Kristall durch Erhitzen sorgfältig entgasen.

3. Influenz der von dem Metall adsorbierten Gase. Davisson und Germer haben noch einige Interferenzmaxima beobachtet, die sich weder auf die Ebenengitterlinien noch auf die Raumgitterlinien zurückführen lassen. Man hat festgestellt, daß sie von den Gasmolekülen im Metall herrühren. Man kann sie noch weiter in zwei Arten teilen: nämlich in diejenigen, die von einer Schicht von Gasmolekülen an der Oberfläche stammen und in diejenigen, die von den innerhalb des Kristalls absorbierten Molekülen herrühren.

Interferenzmaxima von diesen beiden Arten verschwinden vollkommen, wenn man den Kristall erhitzt und entgast. Wenn man ihn aber nach dem Erhitzen wieder auf Zimmertemperatur abkühlt und so bleiben läßt, treten zuerst die Maxima der ersten Art allmählich mit der Zeit hervor. Daß das von einer allmählichen Adsorption von Gas durch das Metall kommt, kann man dadurch sehen, daß mit dem Grad des Vakuums die Geschwindigkeit dieses Zuwachses abnimmt. Die Lage des Maximums dieser Art hängt eng zusammen mit derjenigen des Ebenengitterinterferenzmaximums. Die nähere Untersuchung über diesen Zusammenhang bietet die Möglichkeit, die Anordnung der Gasmoleküle zu untersuchen.

Wenn die Intensität dieser Strahlen zunimmt, nimmt diejenige der Ebenengitterlinien ab, wie man wohl erwarten kann. Und wenn die letztere ungefähr ein Fünftel von ihrer maximalen Intensität (ohne Gas) erreicht hat, gelangt die erstere zu ihrer maximalen Intensität, und wenn das Metall zu viel Gas adsorbiert hat, verschwinden sie beide. Dazu treten aber die Interferenzmaxima von zweiter Art. Die Interferenzen dieser Art sind noch nicht viel untersucht worden. Aber es ist sicher, daß sie von den Gasmolekülen im Metall herrühren und daß diese auch regelmäßig im Metall angeordnet sind.

Sehr interessante Diskussionen darüber und über damit zusammenhängende Fragen, die von Davisson und Germer (2, 3) gemacht worden sind, können in diesem kurzen Bericht leider nicht besprochen werden. Es sei nur bemerkt, daß man hier eine sehr fruchtbare Methode gefunden hat, um den Mechanismus der Gasadsorption zu untersuchen.

4. An dieser Stelle seien noch einige der von Davisson und Germer beobachteten Tatsachen berichtet.

α) In den meisten Fällen haben Davisson und Germer nur diejenigen Elektronen beobachtet, die bei der Reflexion fast keinen Energieverlust erleiden. Es ist interessant zu sehen, wie die Geschwindigkeit zwischen den austretenden Elektronen verteilt ist. Es bestehen Verschiedenheiten in beiden Fällen, nämlich bei den selektivreflektierten Strahlen und bei den gestreuten Strahlen, die sozusagen den Untergrund der Laue-Flecken bilden. Im ersten Fall gibt es viel mehr Elektronen, die die primäre Energie beibehalten als im zweiten Fall.

β) Das „Auflösungsvermögen" eines Kristalles für die Elektronenstrahlen ist viel kleiner als das für Röntgenstrahlen. Ein Interferenzmaximum, das sich bei einem gewissen Wert von λ am deutlichsten beobachten ließ, kann man bei einem von diesem ziemlich verschiedenen Wert von λ noch beobachten. Dabei verschiebt sich die Lage des Maximum. Sei $\Delta\lambda$ der Bereich von Wellenlängen, innerhalb deren man ein Maximum beobachten kann, so beträgt der Wert $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0{,}25$ bei der Elektronengeschwindigkeit von 54 Volt, verkleinert sich allmählich mit wachsender Geschwindigkeit und beträgt 0,07 bei 300 Volt. Man könnte denken, daß dies daher kommt, daß die Extinktion bei den Elektronenstrahlen viel größer ist als bei den Röntgenstrahlen, aber das ist nicht der Fall. Da eine Schicht von Atomen sehr viele Reihen von ihnen enthält, muß ein Interferenzmaximum, das vom Raumgitter herrührt, doch ganz scharf sein. Davisson und Germer haben vorgeschlagen, anzunehmen, daß eine Schicht von Atomen nicht als Ganzes, sondern teilweise wirke, wobei jede Teilschicht fünf oder sechs Reihen enthält.

Nach der Betheschen dynamischen Theorie (1) beträgt $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ ungefähr 0,01. Das ist jedoch zu klein, um diese Tatsache zu erklären.

γ) Ein quantitativer Versuch über den Effekt der Temperatur ist noch nicht gemacht. Davisson und Germer haben nur qualitativ gezeigt, daß die Intensität der reflektierten Strahlen bei hoher Temperatur viel kleiner ist als bei tiefer. Das kommt vielleicht von der Vermehrung der Wärmebewegung der Moleküle im Gitter mit der steigenden Temperatur, gerade so wie bei Röntgenstrahlen.

§ 3. Die weitere Entwickelung der Versuche am Einkristall.

Nach dem Versuch von Davisson und Germer hat C. D. Rose (4) dasselbe Experiment mit einem Aluminium-Einkristall gemacht. Die Meßgenauigkeit war dabei viel kleiner als die bei Davisson und Germer. Er hat das Resultat erhalten, daß V_0 für Al nicht größer als 4 Volt sein kann.

Rupp (5) hat dann dieselben Versuche mit Ni, Cu, Ag, Au, Al und Pb, und später noch mit KCl, $NaCl$, KBr (6) angestellt. Das Verfahren zur Herstellung des Metallkristalls war bei seinem Versuch sehr bemerkenswert. Im Hochvakuum wird das gewünschte Metall in einem Wolframschiffchen verdampft. Der Metalldampf wird auf einem dünnen Wolframblech niedergeschlagen. Die Schichtdicke mag in der Größenordnung von 10^{-4} cm liegen. Die aufgedampfte Schicht wird im Hochvakuum geglüht, in die Versuchsröhre eingesetzt und dort durch Elektronenbeschießung nochmals stark erhitzt. So findet man, daß ein großer Teil der Metallkriställchen sich so orientiert hat, daß die (111)-Fläche parallel zur Schichtfläche liegt. Sein Ergebnis zeigte, daß der Wert von V_0 für verschiedene Metalle zwischen 10 und 20 Volt liegt. Der Wert für Ni stimmt sehr gut überein mit demjenigen von Davisson und Germer. Für Al hat er den Wert von 17 Volt bekommen, der dem Ergebnis von Rose widerspricht. Daß er keine anomale Dispersion beobachten konnte, ist schon oben gesagt.

Beim Versuch mit den Isolatoren hat Rupp die Selektivreflexion auch sehr deutlich beobachtet, und gefunden, daß der Wert von V_0 für $NaCl$, KCl, KBr gleich Null ist innerhalb der Versuchsfehlergrenzen.

Beim Versuch von Rose und Rupp, sowie bei Davisson und Germer war die Energie des Elektron unterhalb von ein paar Hundert Volt. Derartige Experimente mit viel schnelleren Elektronen sind von Nishikawa und dem Verfasser (7) gemacht worden, indem sie die Strahlen von 10—80 Kilovolt einmal durch ein dünnes Glimmerblättchen gehen ließen und ein andermal streifend auf die Spaltfläche von $CaCO_3$ und Topaz fallen ließen. In beiden Fällen wurden viele Laue-Flecken auf den Platten beobachtet[1]). Dabei hat man noch eine andere Art von Interferenzfiguren gefunden, nämlich weiße und schwarze Linien, worauf wir im nächsten Paragraphen zurückkommen wollen. Das Experiment auf die Spaltfläche mit schnellen Elektronen ist noch von A. G. Emslie (8) weitergeführt worden. Er hat aus den Lagen der Flecke geschlossen, daß das mittlere Potential für $CaCO_3$ 22 Volt und für Antimon 25 Volt sein muß. Vor einiger Zeit hat Yamaguchi (9)[2]) ein sehr interessantes Experiment für die Bestimmung von μ für Glimmer angestellt, indem er die Reflexion von einer absichtlich verbogenen Spaltfläche von Glimmer beobachtete. Das Glimmerblättchen war so gebogen, daß es eine zirkulare Zylinderfläche bildete und die primären Strahlen wurden streifend auf der Fläche senkrecht zur Achse des Zylinders einfallen gelassen. Der Winkel, unter dem die parallelen, monochromatischen primären Strahlen auf die Oberfläche treffen, ist also verschieden von Stelle zu Stelle. Der Effekt ist derselbe, als ob man einen Kristall mit ebener Oberfläche während der Belichtungszeit um eine Achse dreht: also die Drehkristallmethode, die man schon bei der Röntgenstrahlenanalyse kannte. So ist es ihm gelungen, 11 Linien, entsprechend den verschiedenen Ordnungen der Reflexion von der (001)-Ebene (Spaltfläche: $d = 10$ Å) auf der photographischen Platte, die 15 cm hinter dem Glimmer lag, zu bekommen. (Bild I.) Die Energie der primären Strahlen wurde zwischen 20—60 Kilovolt variiert. Er hat zwei symmetrisch gelegene Glimmerblättchen benutzt, so daß das Spektrum nach beiden Seiten der primären Strahlen symmetrisch auftritt. Bild I zeigt eine von seinen Aufnahmen. Nun ist die Bedingung für die Reflexion ohne Berücksichtigung des Brechungsindex durch $2d \sin\Theta = n\lambda$ gegeben. Der Winkel Θ läßt sich aus dem Bild und aus der Entfernung vom Kristall zur Platte ohne weiteres berechnen und λ und d ist schon bekannt. Wenn $V_0 = 0$ wäre, dann könnte man also für jede Linie des Bildes ohne weiteres die Ordnung der Reflexion n ausrechnen. Er hat dabei gefunden, ebenso wie bei dem Versuch von Emslie, daß n nicht als ganze Zahl herauskommt. Das legt den Gedanken nahe, daß μ für Glimmer nicht gleich 1 ist. Nun muß man irgendeine Zuordnung von dem Wertsystem von n zu den Linien treffen, und dabei muß die richtige Zuordnung so sein, daß die gerechneten Werte von μ für die ver-

1) Der Versuch mit dem dünnen Glimmerblättchen wird im nächsten Paragraph berichtet.

2) An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Nishikawa für seine Güte, mir die Ergebnisse der Versuche in seinem Laboratorium vor dem Erscheinen mitzuteilen, meinen besten Dank aussprechen.

schiedenen Linien gleich sind. Das läßt sich, wie er gezeigt hat, ganz eindeutig machen. Für verschiedene λ hat μ natürlich verschiedene Werte, aber das mittlere, innere Potential V_0 hat immer denselben Wert. Er hat dafür ungefähr 10 Volt bekommen.

Es ist bemerkenswert, daß die Werte von V_0 für die verschiedenen Isolatoren nach Rupp, Emslie und Yamaguchi ziemlich verschiedene Werte gaben.

§ 4. Beugung beim Durchgang durch ein dünnes Glimmerblättchen[1]).

Die Beugung von schnellen Elektronen beim Durchgang durch ein dünnes Glimmerblättchen wurde von Nishikawa und dem Verfasser (10) untersucht. Die Strahlen sind in einem gewöhnlichen Kathodenstrahlrohr durch die Gasentladung erzeugt und nachdem sie durch ein Magnetfeld monochromatisiert worden sind, gehen sie durch ein dünnes Glimmerblättchen senkrecht zur Spaltfläche und fallen auf die photographische Platte, die 15 cm hinter dem Blättchen liegt. Die Energie der Elektronen wurde von 10 bis 80 Kilovolt variiert.

Bild II zeigt das Interferenzbild mit einem so dünnen Blatt, daß keine Interferenzfarbe beobachtbar ist. Der Verfasser hat das Bild so gedeutet, daß es vom zweidimensionalen Gitter herrührt, indem er vorausgesetzt hat, daß das Blättchen so dünn war, daß die Zahl der Atomschichten nicht groß genug war, um den dreidimensionalen Effekt vollkommen zu machen. Aus der Röntgenstrahlenanalyse ist es bekannt, daß die Moleküle in der Netzebene parallel zu einer Spaltfläche in einem gleichschenkligen Triangel angeordnet sind, wobei der Abstand benachbarter Moleküle 5,17 Å beträgt. Aus dem Bild sieht man leicht, daß es gerade von einem Ebenengitter von solcher Art herrührt. Der Abstand benachbarter Moleküle, berechnet aus dem Bild und der gebrauchten Wellenlänge, gibt 5,18 Å in guter Übereinstimmung mit dem oben gegebenen Wert.

Diese Ansicht ist aber nicht ganz einwandfrei. Es ist bedenklich, daß der dreidimensionelle Effekt nicht hervortritt, wo das Blättchen nach der Abschätzung ungefähr aus 50 Atomschichten besteht. Im Anschluß an die Arbeit von Linik hat Bragg (11) eine zwanglosere Erklärung vorgeschlagen. Es ist die folgende: Es ist sehr schwer, eine so dünne Schicht ganz flach (und ohne viele kleine Runzeln) auf den Spalt zu setzen. Also gerade so wie beim Versuch von Yamaguchi äquivalent mit der Drehkristallmethode, die man schon oft bei der Röntgenstrahlenanalyse gebraucht hat. (Beim Versuch von Yamaguchi ist das Blatt absichtlich gebogen um eine Achse und das ist äquivalent mit der Drehung um eine Achse. In diesem Falle ist es der Drehung im Raum äquivalent.) Wie bekannt, bekommt man dann ein ganz anderes Interferenzbild als das Lauesche. Die einfache Überlegung zeigt noch, daß, wenn der nächste Abstand der Moleküle in benachbarten Netzebenen groß ist gegenüber dem Abstand benachbarter Moleküle in derselben Netzebene, die Drehung um einen sehr kleinen Winkel schon genügt, um den Effekt zu erzeugen. Das ist gerade der Fall beim Glimmer. Und eben darum stimmt das Interferenzbild fast überein mit demjenigen, das sich nach der ersten Ansicht erwarten läßt. Um experimentell festzustellen, welche von beiden Ansichten richtig ist, muß man einerseits die Dicke des Blättchens genau messen und anderseits die Intensitätsverteilung zwischen den Flecken genau untersuchen.

Wenn das Blättchen dicker wird[1]), bekommt man das Bild, das in Bild III gezeigt ist. Man sieht deutlich die Laue-Flecken in konzentrische Kreise angeordnet. Die genaue Analyse der Laue-Flecken ist von Matzukawa und Shinohara (12) weitergeführt, und entsprechend jedem Flecken ist eine Netzebene gefunden, die ihn erzeugt hat. Die Lage der Flecken stimmt sehr gut überein mit derjenigen, die man aus der Struktur des Glimmers, die man durch Röntgenanalyse schon kennt, erwartet.

Betrachtet man das Bild III, so fällt auf, daß die Bildebene von einem System schwarzer und weißer Linien durchzogen ist. Das sieht man in Bild IV noch deutlicher. Im allgemeinen läuft eine schwarze Linie parallel zu einer weißen, und zwar liegt die weiße immer näher an dem Schnittpunkt der primären Strahlen mit der Bildebene. Durch einen Laue-Flecken läuft immer eine schwarze Linie senkrecht zu der Verbindungslinie des Fleckens und des Schnittpunktes der primären Strahlen mit der Bildebene. Diese neuartige Figur läßt sich wie folgt erklären.

Wir nehmen an, das Glimmerblättchen sei so dick, daß ein bestimmter Bruchteil der Elektronen durch einen unelastischen Zusammenstoß eine inkohärente Streuung erfährt. Dabei ist der Energieverlust klein gegenüber der Gesamtenergie, so daß man die Änderung der Wellenlänge nicht zu berücksichtigen braucht. Ein Teil dieser gestreuten Elektronen BO (Fig. 2) wird

1) In diesem Fall heben sich die beiden Effekte, die einerseits durch die Änderung der Wellenlänge innerhalb des Kristalls und andererseits durch die Refraktion beim Austritt hervorgerufen werden, gegenseitig auf.

1) In diesem Fall kann man das Blättchen ohne Runzeln auf den Spalt setzen.

unter dem Glanzwinkel Θ auf die Netzebene N auftreffen, wo er ganz wie bei der Braggschen Reflexion reflektiert wird, um dann bei C' die photographische Platte PP' zu erreichen. Alle unter dem Glanzwinkel Θ reflektierten Elektronen werden so auf der photographischen Platte eine

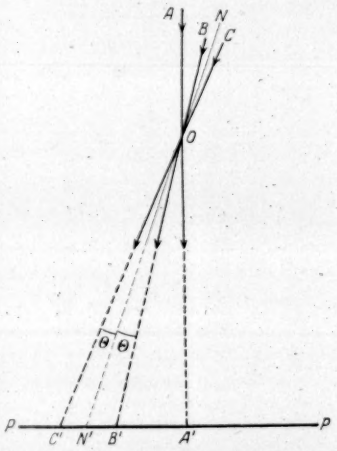


Fig. 2.

Linienspur hinterlassen, und diese Spur ist eine schwarze Linie. In der Tat ist sie Schnittlinie von einem Kegel und einer Ebene. Aber, da Θ klein ist, sieht sie wie eine gerade Linie aus.

Weiße Linien entstehen dadurch, daß der Strahl BO an den Ort seiner Verlängerung B' nicht gelangen kann, und es wird sich daher dort eine weiße Spur aus den über die ganze Platte diffus gestreuten Elektronen herausheben. In der Tat müssen wir noch denjenigen Teil der gestreuten Elektronen berücksichtigen, der die Richtung CO hat. Es ist klar, daß er gerade umgekehrt an B' eine schwarze und an C' eine weiße Linie erzeugen wird. Daher sollte, wenn die Intensitäten der gestreuten Strahlen in den beiden Richtungen BO und CO gleich sind, keine solche Figur erscheinen. Aber weil die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Elektron, das um einen größeren Winkel abgelenkt wird[1]), im allgemeinen kleiner ist als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es um einen kleineren Winkel abgebeugt wird, ist die Intensität in BO größer als in CO. Die Differenz beider Effekte also gibt eine schwarze Linie an C' und eine weiße an B'. Damit ist auch zu verstehen, daß die weiße Linie immer näher an A' liegt. Es ist also zu jeder Netzebene ein Paar schwarze und weiße Linien zugeordnet. Die Schnittlinie von einer Netzebene mit der Bildebene läuft in der Mitte der zugehörigen schwarzen und weißen Linien. Sie stellen die Symmetrieeigenschaft des Kristalls ganz deutlich dar.

Aus Fig. 2 sieht man leicht, daß $C'B' = 2\Theta D$, wo D den Abstand zwischen Blättchen und Platte bezeichnet. Daraus bekommt man mit der Braggschen Beziehung $2d\Theta = n$

$$C'B' = \frac{n\lambda D}{d}. \qquad (5)$$

Für die verschiedenen n gibt es ein Paar von schwarzen und weißen Linien, und daher ist zu erwarten, daß es für eine gewisse Ebene ein System von Linien-Paaren, die dicht nebeneinander parallel laufen, gibt. In Bild IV kann man deutlich ein paar solcher Figuren sehen.

Matsukawa und Shinohara haben mehr als 80 Paare für verschiedene Ebenen beobachtet. Die Werte von d für jede Ebene berechnet aus (5) stimmen ganz gut überein mit denen aus dem Röntgenspektrogramm.

Wenn BO mit AO zusammenfällt, dann ist es klar, daß ein Laue-Flecken in C' erscheint, und mithin ist die Tatsache auch zu verstehen, daß durch jeden Laue-Flecken eine schwarze Linie läuft. Diese Tatsache hilft sehr bei der Analyse von Laue-Flecken. So scheint die oben gegebene Erklärung dieser Figur ganz befriedigend zu sein. Aber die Tatsache, die im folgenden berichtet wird, läßt sich durch diese einfache Vorstellung nicht erklären.

Nämlich: Nach der oben gegebenen Erklärung ist zu erwarten, daß, wenn eine Netzebene N in Fig. 2 parallel zu dem Primärstrahl eingestellt wird, die Intensität beider Strahlen BO und CO, wie es aus der Symmetrieüberlegung klar ist, gleich sein müsse und infolgedessen die Linien, wie oben gesagt, verschwinden müßten. Aber tatsächlich ist das nicht der Fall. Es ist noch ein breiter Streifen beobachtbar, dessen Breite dem Abstand zwischen den weißen und schwarzen Linien — also $B'C'$ in Fig. 2 — entspricht. In Bild IV sieht man drei solcher Streifen, die sich in der Mitte der Bildebene miteinander im Winkel von 60° kreuzen. Sie gehören zu (010)-, (331)- und ($3\bar{3}1$)-Ebene. Wie man sieht, gibt es weder schwarze noch weiße Linien, sondern es sind breite, dunkle Streifen beobachtbar. Nicht jede Ebene hat diese Eigenschaft: Es scheint, daß die Ebenen mit der großen Gitterkonstante d dazu neigen, diese Eigenschaft zu haben. Matsukawa und Shinohara haben an diesem merkwürdigen Phänomenen weitergearbeitet, und haben gefunden, daß ein Streifen

[1]) Inkohärenzstreuung.

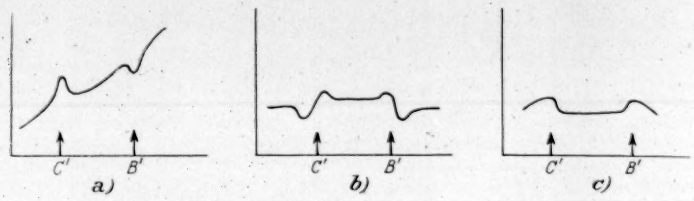


Fig. 3.

in der Mitte der Bildebene ein wenig andere Züge bietet als in der Nähe vom Rande des Bildes. Nämlich: Er ist in der Mitte innerhalb des Streifens heller als die Umgebung und umgekehrt in der Nähe vom Rand dunkler als die Umgebung. Fig. 3 zeigt schematisch die Ergebnisse der Photometrie. a) zeigt ein gewöhnliches Paar von schwarzen und weißen Linien, *b*) zeigt das Verhalten des Streifens an dem Rande und *c*) dasselbe in der Mitte. In den letzten beiden Fällen ist er zwar symmetrisch nach beiden Seiten, aber die Effekte von BO und CO heben sich nicht gegenseitig auf. Die Pfeile zeigen die Stelle entsprechend B' und C'. Es gibt, wie gesagt, noch keine vernünftige Erklärung dafür. Die genaue theoretische Behandlung dieses Phänomens ist sehr umständlich, weil man dabei die Wechselwirkung des Elektrons mit dem einzelnen Bestandteil des Kristalls in Betracht ziehen muß. Die folgende Überlegung scheint aber sehr wichtig zu sein. Bei der Streuung von einem Elektron durch ein Molekül darf man die Welle entsprechend den gestreuten Elektronen in der Nähe vom streuenden Molekül nicht mehr als Ebenenwelle betrachten. In der ersten Annäherung mag sie wohl eine Kugelwelle sein, während bei der oben gegebenen Erklärung der Figur die gestreuten Wellen immer als Ebenenwellen betrachtet sind.

§ 5. Beugung durch ein geritztes Gitter.

An dieser Stelle sei noch über die Arbeit von E. Rupp (13) über die Beugung von Elektronenstrahlen durch ein geritztes Gitter berichtet.

Er hat die Elektronenstrahlen auf ein auf der Oberfläche von Metall geritztes Ebenengitter streifend fallen lassen, und die gebeugten Strahlen photographisch beobachtet. Die Methode ist ganz analog derjenigen, die bei der Röntgenstrahlenanalyse von Thibeau und anderen sehr erfolgreich angewendet worden ist.

Der Abstand zwischen den Linien des von Rupp gebrauchten Gitters betrug $7{,}70 \times 10^{-4}$ cm. Die Energie des Elektrons wurde von 70 Volt bis 300 Volt variiert und der Einfallswinkel läuft von $3{,}0 \times 10^{-3}$ bis $1{,}0 \times 10^{-3}$ Bogenelement. Je kleiner der Winkel ist, je deutlicher tritt das Beugungsphänomen auf. Bei dem Winkel von $1{,}0 \times 10^{-3}$ hat er neben der Linie, die von dem gespiegelten Strahl herrührt, noch zwei Linien entsprechend der Reflexion von erster und zweiter Ordnung beobachtet. Die Lage der Linien stimmt innerhalb des Experimentalfehlers mit derjenigen überein, die man aus der de Broglieschen Beziehung $\lambda = \frac{h}{mv}$ und der gewöhnlichen Ebenengitterformel berechnet hat.

b) Beugung durch Mischkristalle.

§ 6. Kurz nach der schon berichteten Entdeckung von Davisson und Germer hat G. P. Thomson (14) durch eine etwas andere Methode die Wellennatur des Elektrons und zugleich die Richtigkeit der de Broglieschen Beziehung $\lambda = \frac{h}{mv}$ in glänzender Weise nachgewiesen. Das Verfahren ist ganz dem Debye-Scherrerschen Pulververfahren in der Röntgenanalyse analog. Zuerst haben Thomson und Reid (15) beobachtet, daß, wenn man den Elektronenstrahl durch einen dünnen Zelluloidfilm hindurchschickt und die gestreuten Strahlen auf die photographische Platte fallen läßt, man ein paar schwarze Ringe auf der Platte bekommt, und daß die Radien der Ringe sich inversproportional mit der Geschwindigkeit des Elektrons ändern, also proportional der de Broglieschen Wellenlänge. Daraus haben sie geschlossen, daß es eine Interferenzerscheinung der de Broglieschen Welle wäre, die durch irgendeine Struktur des Zelluloidfilms hervorgerufen wird. Dann hat G. P. Thomson (14) weiter mit den dünnen Filmen von *Au*, *Al* und *Pt* dasselbe Experiment ausgeführt. Die Elektronenstrahlen sind in einer gewöhnlichen Kathodenstrahlenröhre durch die Gasentladung erzeugt. Die Energie des Elektrons wurde zwischen 20 und 60 Kilovolt variiert. Man hat dabei auf der Platte für jedes Metall eine Reihe von sehr deutlichen Ringen beobachtet (Bild V zeigt eine derartige Aufnahme, die Mark und Wierl vor kurzem bekommen haben), und quantitativ festgestellt, daß sie ganz dem Debye-Scherrerschen Ring analog

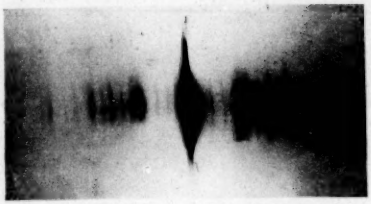


Bild I. $\lambda = 0{,}0566$ Å
(an gebeugten Glimmerblättchen).

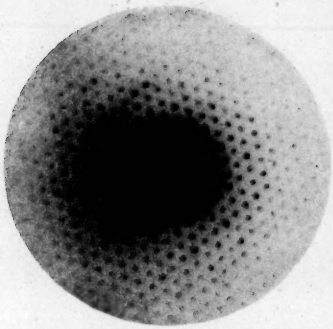


Bild II. $\lambda = 0{,}0530$ Å (an Glimmerblättchen).

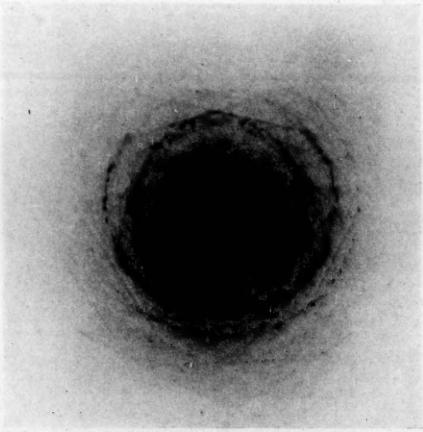


Bild III. $\lambda = 0{,}0477$ Å (an Glimmerblättchen).

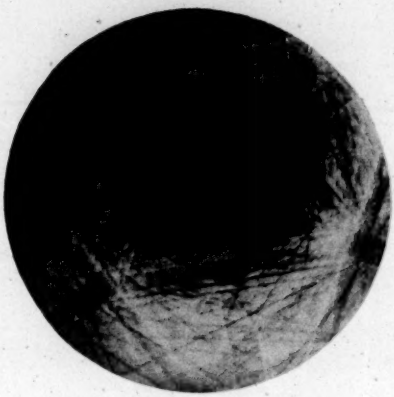


Bild IV. $\lambda = 0{,}0490$ Å (an Glimmerblättchen).

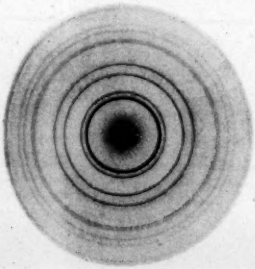


Bild V. $\lambda = 0{,}0645$ Å (an *Ag*-Folie). (Mark u. Wirl.)

Bild VI. $\lambda = 0{,}070$ Å (an Pt.).

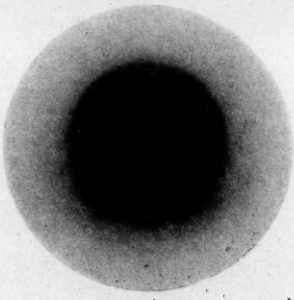


Bild VII. $\lambda = 0{,}057$ Å (an Tetrachlorkohlenstoff Dampfstrahl).

sind. Jedem Ring konnte man eindeutigerweise eine Netzebene zuordnen, die ihn erzeugte, und die Größe der Ringe stimmte ganz gut mit derjenigen überein, die man aus der de Broglieschen Beziehung und dem aus der Röntgenstrahlenanalyse bekannten Wert der Gitterkonstante erwartete. R. Ironside (16) hat weiter mit *Cu*, *Ag* und *Sn* den Versuch gemacht und bekam dasselbe Resultat wie Thomson.

Ein derartiger Versuch mit sehr langsamen Elektronen wurde von E. Rupp (17) ausgeführt. Die außerordentlich dünne Schicht wurde, wie in § 3 berichtet, durch Aufdampfen des Metalles im Hochvakuum auf eine sorgfältig polierte Steinsalzplatte hergestellt. Als Quelle des primären Strahls diente ein Glühdraht, und nachdem die Elektronen durch das gewünschte Potentialfeld beschleunigt worden waren, wurden sie nochmals durch ein magnetisches Feld monochromatisiert und gingen durch die Schicht, um schließlich auf die photographische Platte, die dahinter lag, aufzutreffen. Die Energie des Elektrons lief von 150 bis 300 Volt. Schichten von *Al*, *Pb*, *Ni*, *Cu*, *Ag*, *Au*, *Cr*, *Sn* und *Zn* wurden untersucht und man konnte auf der Platte bei jedem Metall ein paar Ringe zwar nicht scharf, aber deutlich beobachten. Tartakowsky (18) und auch Rupp (19) haben derartige Experimente elektrometrisch gemacht. E. Rupp hat dabei einmal von dem festgestellten, ringförmigen Auffänger und ein andermal von dem beweglichen gewöhnlichen, Faradayschen Käfig Gebrauch gemacht, und in beiden Fällen hat er deutlich Maxima des Stroms entsprechend den Debye-Scherrerschen Ringen beobachtet. Es ist aber schwer, durch diese Methode den schwachen Ring zu beobachten.

Die Methode, auf der S. Nishikawa und Matsukawa (20) die Ringe beobachtet haben, ist bemerkenswert. Anstatt den Strahl durch die dünne Schicht gehen zu lassen, haben sie die dünne Schicht von Metall auf einer polierten Glasoberfläche durch Gasentladung niedergeschlagen, und den Strahl streifend auf diese Oberfläche fallen lassen und die reflektierten Strahlen, wie gewöhnlich, photographisch beobachtet. Man hat so auf der Platte ganz deutlich den Debye-Scherrerschen Ring beobachtet (Bild VI). Das Verfahren ist deshalb vorteilhaft, weil es auf die Substanz, die sich schwer in dünner Schicht herstellen läßt, anwendbar ist.

Podte (21) und unabhängig davon Muto und Yamaguchi (22) haben das Experiment auf die nichtmetallischen Substanzen erweitert, indem sie, statt der dünnen Schichten, von dem feinen Pulver Gebrauch gemacht haben.

§ 7. Nun fragt es sich, ob man durch dieses Verfahren das mittlere innere Potential der betreffenden Substanz ermitteln kann, so wie bei der Beugung durch einen Einkristall. Es ist dies nicht so einfach wie bei jenem Fall. Man muß erstens eine genaue Kenntnis von der mikroskopischen Struktur der Schicht haben (23) (19). Folgende zwei Fälle sind wohl möglich (siehe Fig. 4). a) Die Schicht besteht aus vielen, dicht nebeneinander gesetzten Kristallteilchen und bildet eine sozusagen dünne, aber lückenlose, planparallele Platte. In diesem Fall erfährt der Strahl beim Eintritt in den Kristall und beim Austritt aus demselben die Refraktion. b) Die Schicht besteht aus lockeren, aneinandergesetzten Teilchen, es gibt viele Lücken in ihr und die Reflexion findet an irgendeiner direkt gegenüber dem Vakuum stehenden Fläche statt. In diesem Fall ist von der Refraktion

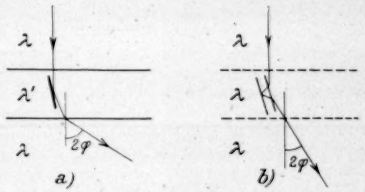


Fig. 4.

beim Ein- und Austritt keine Rede und dieses Sachverhältnis ist genau dasselbe wie bei der Reflexion an einer Fläche eines Einkristalls.

Im Falle a) φ ist gegeben durch

$$\sin 2\varphi = \frac{n\lambda}{\mu d}\sqrt{1 - \frac{n\lambda}{2\mu d}}. \qquad (7)$$

Im Falle b) φ ist gegeben durch

$$\sin\varphi = \sqrt{\left(\frac{n\lambda}{2d}\right)^2 - (\mu^2 - 1)}. \qquad (8)$$

Also im Falle a) wird der Effekt erst beobachtbar wenn φ ziemlich groß wird. Dagegen wird der Effekt im Fall b) bei kleinem φ schon groß, wenn auch die Abweichung des μ von 1 sehr klein ist. Die Frage, welcher Fall der Wirklichkeit entspricht, wird erst klar durch die genaue Beobachtung. Es hängt sicher von der Methode ab, mit der man die Schicht hergestellt hat. Wie gesagt, hat G. P. Thomson bei seinem Versuche die Abweichung vom Brechungsindex von 1 nicht finden können, und er behauptete, daß die Meßgenauigkeit so gut gewesen wäre, daß man den Effekt sicher hätte beobachten können, wenn der Fall b) der Wirklichkeit entsprechen würde. Dagegen ist E. Rupp durch seinen Versuch (19) zu einem etwas anderen Resultat gekommen. Er hat nämlich die Änderung von φ (Fig. 4) untersucht, indem er die Schicht um die Achse senk-

recht zum primären Strahl drehen ließ, so daß der Strahl beim Eintritt auch eine Brechung erfährt. Er hat dabei statt der erwarteten Änderung in φ, die nach seiner Meinung sicher groß genug war, um sich durch seine Apparatur beobachten zu lassen, nur die Verbreitung des Interferenzmaximums beobachtet, und daher den Fall b) dem Fall a) vorgezogen, und aus der von ihm beobachteten systematischen Abweichung vom gewöhnlichen Braggschen Gesetz für verschiedene Metalle V_0 ausgerechnet. Es ist sehr schwer bei dem jetzigen Stand der Ergebnisse zu urteilen, welche von beiden Ansichten die richtige ist, weil es auf die einzelne Meßgenauigkeit bei ihren Versuchen ankommt. Es kann sein, daß in beiden Fällen die Schicht verschiedene Struktur hatte.

§ 8. Atomformfaktorbestimmung.

Während dieses Verfahren für die Bestimmung von V_0 nicht geeignet ist, hat es sehr schöne Anwendung auf die Untersuchung vom Atomformfaktor eines Atoms für Elektronenstrahlen gefunden. Die Methode ist ganz analog derjenigen der Atomformfaktorbestimmung bei Röntgenstrahlen.

Versuche in dieser Richtung sind von G. P. Thomson (24) und Mark und Wierl (25) angestellt worden. Um den Atomformfaktor aus der gemessenen Intensität der Ringe zu bekommen, hat G. P. Thomson die entsprechende Formel für Röntgenstrahlen benutzt, die für kleinen Beugungswinkel Θ lautet

$$J = k F^2 \frac{p}{\Theta^2}. \tag{9}$$

J ist die Liniendichte der gebeugten Strahlen auf dem Ring, während k eine Konstante, F den Atomformfaktor, und p den Häufigkeitsfaktor bedeutet. Der gefundene Wert von F für Au zeigt viel steileren Abfall mit dem wachsenden Θ als derjenige für Röntgenstrahlen.

Dieses Ergebnis ist von N. F. Mott (26) und F. Kirschner (27) diskutiert worden. Nämlich die Zerstreuung der Röntgenstrahlen geschieht praktisch allein durch die Elektronen des Atoms, während es bei den Elektronenstrahlen anders ist. Wenigstens für hohe Atomzahl und schnelle Elektronen wird die Zerstreuung durch Atomkerne viel beträchtlicher als die durch Atomelektronen. Also muß F im wesentlichen bestimmt sein durch die Rutherfordsche Streuformel. Kirschner hat die von G. P. Thomson gefundene Abhängigkeit von F mit Θ, mit der bekannten Rutherfordschen Formel (28)

$$\frac{1}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{\left(\sin^2 \frac{\Theta}{2} + a^2\right)^2} \tag{28}$$

verglichen, wobei a die wellenmechanische Korrektion, die durch den Einfluß der Elektronenhülle hervorgerufen wird, bedeutet. Bei geeigneter Wahl des Wertes von a, hat man gefunden, daß die F^2-Kurve ganz gut mit $\frac{1}{\left(\sin^2 \frac{\Theta}{2} + a^2\right)^2}$ übereinstimmt.

Mark und Wierl haben durch ein sehr sorgfältiges experimentelles Verfahren eine Reihe von sehr scharfen, schönen Debye-Scherrersche Aufnahmen für Al, Ag, Au bekommen (siehe Bild V).

Die Intensität J ist wie bei Thomson photometrisch gemessen, und aus der Formel (9) wurde der Verlauf von F mit Θ für verschiedene Metalle bestimmt. Das Ergebnis wurde mit der Betheschen dynamischen Theorie folgenderweise verglichen.

In der Kontinuumstheorie der Röntgenstrahlen wird die Elektronendichte im Kristallgitter als dreifache Fourierreihe von der Form

$$\varrho(r) = \sum \varrho_{hkl} e^{2\pi i (\mathfrak{G}_{hkl} \cdot \mathfrak{w})} \tag{10}$$

entwickelt, wobei $\mathfrak{G}_{hkl}$ einen Fahrstrahl im Ewaldschen reziproken Gitter bedeutet. Wie bekannt stellt nun ϱ_{hkl} das Reflexionsvermögen der Netzebene (hkl) dar, eine Größe, die bei einem einatomigen Gitter unmittelbar mit dem Atomformfaktor der betreffenden Atomsorte zusammenhängt. Beim Elektronenstrahl entwickelt man das Potential $V(r)$ im Kristallgitter in

$$V(r) = \sum v_{hkl} e^{2\pi i (\mathfrak{G}_{hkl} \cdot \mathfrak{w})}. \tag{11}$$

Wie Bethe (1) gezeigt hat, stellt dann v_{hkl} das Reflexionsvermögen der Netzebene dar, wenn die Energie des primären Strahls in Volt gegen v_{hkl} sehr groß ist. Beim Versuch von Mark und Wierl ist das der Fall.

Nun besteht zwischen $V(r)$ und $\varrho(r)$ die Laplacesche Relation $\Delta V = 4\pi e (\varrho^k - \varrho^e)$, wobei ϱ^k und ϱ^e die räumlichen Ladungsdichten der Atomkerne und Elektronen bedeuten. Daraus bekommt man

$$v_{hkl} \sim \frac{1}{G^2_{hkl}} (\varrho^k_{hkl} - \varrho^e_{hkl}), \tag{12}$$

wobei

$$G_{hkl} = |\mathfrak{G}_{hkl}| = \frac{2 \sin \Theta_{hkl}}{\lambda} = \frac{1}{d_{hkl}}.$$

Θ_{hkl} ist der Glanzwinkel, womit der Strahl von Wellenlänge λ an der Netzebene (hkl) Reflexion erfährt. Also

$$v_{hkl} \sim \frac{\varrho^k_{hkl} - \varrho^e_{hkl}}{\sin^2 \Theta_{hkl}}. \tag{12a}$$

Nach Bethe (1) (siehe Gleichung (90a)) reduziert sich die Gleichung beim Fall von einatomigen Kristallen auf $v_{kkl} \sim \frac{Z - F'}{\sin^2 \Theta_{kkl}}$, wobei Z die Atomzahl des betreffenden Atoms und F' den Atomformfaktor desselben für Röntgenstrahlen bedeutet. Wenn man von der Extinktion der de Broglie-Welle absehen darf, ist die Intensität der gebeugten Strahlen in der Richtung Θ durch

$$F^2 \sim \frac{(Z - F')^2}{\sin^4 \Theta} \qquad (13)$$

gegeben, die bei kleinem F' in die Rutherfordsche Formel übergeht.

Mark und Wierl haben die gemessene Intensität mit der aus der Gleichung (13) berechneten

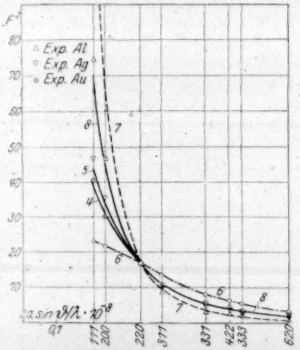


Fig. 5. Theoretische Streuverteilung für Au (4), Ag (5) und Al (8). Rutherfordverteilung (7). Röntgenatomformfaktor für Al (6). Alle Meßpunkte bezogen auf 220.

verglichen, in dem sie F' für Al der Messung von James, Brindley und Wood entnommen, und für Ag und Au nach der Thomasschen Formel berechnete Werte gebraucht haben. Das Ergebnis des Vergleichs mit dem Experiment ist in Fig. 5 wiedergegeben. Die Abszisse ist dabei $\frac{2a \sin \vartheta}{\lambda}$, und die Ordinate ist F^2, wobei a den absoluten Wert des Basis-Achsenvektors bezeichnet. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung sehr gut.

§ 9. Vergleich des Wertes von V_0 für verschiedene Metalle.

Es ist noch sehr interessant und wichtig, die Werte von V_0 für die verschiedenen Substanzen, die man aus dieser neuen Methode bekam, mit denjenigen Größen zu vergleichen, die man schon aus einem ganz anderen Gebiet gekannt hatte. Rosenfeld und Witmer (29) und auch Bethe (1) haben darauf hingewiesen, daß das mittlere elektrostatische Potential V_0 im Kristall mit der Austrittsarbeit W_a des Richardson-Effektes in der Sommerfeldschen Bezeichnung übereinstimmen muß. Für den Richardson-Effekt ist die Differenz zwischen W_a und der Energie W_i der Leitungselektronen maßgebend, und diese Größe $A = W_a - W_i$ ist für verschiedene Metalle ungefähr bekannt. Nun ist nach Sommerfeld

$$W_i = \frac{h^2}{2m} \frac{(3Nz)^{2/3}}{8\pi}, \qquad (6)$$

wobei N Loschmidt-Zahl und z die Anzahl der Leitungselektronen pro Atom bezeichnet. Bei den Metallen, bei denen z bekannt ist, kann man die Werte von V_0 direkt mit dem so berechneten Werte von W_a vergleichen. Das Ergebnis zeigt sehr gute Übereinstimmung. Es ist ein schönes Ergebnis, daß durch eine Kombination von Elektronenbeugungs- und dem Richardsonschen Versuche sich die Zahl der Leitungselektronen pro Atom bestimmen läßt. Über die Werte von V_0 für die Isolatoren hat man nicht viel zu sagen.

c) Beugung durch ein einzelnes Molekül.

§ 10. Bekanntlich haben Debye, Bewilogua und Ehrhardt (30) zuerst einen Versuch zur Beugung von Röntgenstrahlen an einzelnen Molekülen angestellt und für verschiedene organische Verbindungen untersucht.

Die Theorie der innermolekularen Interferenz stammt von Debye (32)[1]. Er hat gezeigt, daß die Intensität der durch ein einzelnes Molekül gebeugten Strahlen, im Mittel über alle möglichen Orientierungen des Moleküls, durch

$$\sum_i \sum_j \psi_i \psi_j \frac{\sin \chi_{ij}}{\chi_{ij}},$$

gegeben ist, wobei

$$\chi_{ij} = 4\pi \frac{l_{ij}}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2}$$

ist, l_{ij} bezeichnet den Abstand zweier Atome im Molekül. Besteht beispielsweise das streuende Molekül aus vier gleichen Atomen an den Ecken eines regulären Tetraeders mit der Kantenlänge a, wie Tetrachlorkohlenstoff, so wird

$$I = 4\left[1 + 3 \frac{\sin \chi}{\chi}\right], \quad \text{mit } \chi = \frac{a}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2}.$$

Das erste und zweite Maximum befindet sich bei den Winkeln $\sin \frac{\Theta}{2} = \frac{5}{8} \frac{\lambda}{a}, \frac{9}{8} \frac{\lambda}{a}$.

1) Unlängst hat Debye die Formel abgeleitet, bei der die Größe des Atoms mit berücksichtigt ist.

Das analoge Experiment mit Elektronenstrahlen ist vor einiger Zeit von Mark und Wierl (31) ausgeführt. Sie haben Elektronen von 30—50 Kilovolt durch den Dampfstrahl von Tetrachlorkohlenstoff gehen lassen, und die gebeugten Strahlen treffen auf den photographischen Film, der 35 cm entfernt vom Dampfstrahl liegt. Sie haben zwei Ringe entsprechend dem ersten und zweiten Beugungsmaximum beobachtet (Bild VII). Es ist sehr bemerkenswert, daß die Belichtungszeit dabei nur ein paar Sekunden war, während man bei dem entsprechenden Verfahren mit Röntgenstrahlen 3 Stunden belichten mußte. Für den Wert von a, den Abstand der Cl-Atome in CCl_4, haben sie 3,14 Å bekommen in Übereinstimmung mit dem Wert von Debye, Bewilogua und Ehrhardt. Mark und Wierl haben den Versuch auch mit CS_2, $SiCl_4$, $C_2H_2Cl_2$, $C_2H_4Cl_2$, C_6H_6, C_6H_{12}, C_6H_{14} gemacht. Die ausführliche Mitteilung ihrer Ergebnisse ist noch nicht erschienen. Die Methode ist sicher sehr wirksam und erfolgversprechend für viele chemische Probleme (33).

Teil II.

Beugung von Atomkernen und von Molekülen.

§ 11. Den endgültigen experimentellen Beweis, daß der Atomkern und das Molekül auch Wellennatur haben, und daß die Wellenlänge der entsprechenden Welle durch die de Broglie sche Beziehung $\lambda = \frac{h}{mv}$ gegeben ist, verdanken wir den Versuchen von Stern, Knauer und Estermann. Die Ergebnisse von Johnson, Ellett und Olson und Johnson sprechen auch dafür, daß von ihnen verwendete Atomkerne Wellennatur haben. Es bleibt jedoch noch vieles experimentell bzw. theoretisch zu erforschen.

In dem ersten Versuch von Knauer und Stern (34) wurden Molekularstrahlen von H_2 und He, die wie gewöhnlich in einem Ofen erzeugt wurden, auf die polierte Oberfläche von Glas, Stahl und Spiegelmetall streifend fallen gelassen und nachdem festgestellt war, daß die Spiegelung eintritt, wurde die Abhängigkeit des Spiegelungsvermögens von dem Einfallswinkel und der Wellenlänge untersucht. Die Wellenlänge, die durch die Temperatur des Ofens kontrolliert wurde, war von der Größenordnung 10^{-8} cm[1]). Man hat erstens beobachtet, daß das Spiegelungsvermögen um so größer wird, je flacher der Einfallswinkel ist, zweitens, daß die Spiegelung erst bei dem Winkel von der Größenordnung 10^{-3} beträchtlich wird, und drittens, daß das Spiegelungsvermögen bei dem gleichen Einfallswinkel nur größer wird, je länger die Wellenlänge ist. Nun weiß man aber aus dem optischen Falle, daß man auch an rauhen Flächen Spiegelung bekommen kann, wenn mann den Strahl nahezu streifend einfallen läßt. Die Größe des Winkels, bei dem die Spiegelung anfängt, ist dadurch bestimmt, daß die Unebenheit der Fläche, auf den Strahl projiziert, kleiner als die Wellenlänge wird. Die obigen Resultate stimmen mit diesen Tatsachen gut überein, wenn man die Unebenheit zu 10^{-5} bis 10^{-6} cm schätzt. Man hat weiter gefunden, daß, wenn man statt der polierten Fläche von der Spaltfläche von Steinsalz Gebrauch machte, die Reflexion schon bei einem viel größeren Winkel stattfand.

Bei den weiteren Versuchen von Stern (35) und Estermann und Stern (36) hat man erst endgültig nachgewiesen, daß der H_2- bzw. He-Strahl von der Spaltfläche von $NaCl$ und LiF wie von einem Kreuzgitter gebeugt wird. Wenn nun α_0, β_0 bzw. α, β die Winkel, die der einfallende Strahl bzw. der durch ein quadratisches Kreuzgitter gebeugte Strahl mit den x- und y-Achsen bilden, bezeichnen, und d die Gitterkonstante, h_1 h_2 aber zwei ganze Zahlen sind, so bestehen die Gleichungen

$$\begin{aligned} \cos\alpha - \cos\alpha_0 &= h_1 \frac{\lambda}{d} \\ \cos\beta - \cos\beta_0 &= h_2 \frac{\lambda}{d} \end{aligned} \qquad (14)$$

zwischen diesen Größen. Wir legen die x- und y-Achse unseres kartesischen Koordinatensystems in die beiden Hauptachsen des Gitters, und den Nullpunkt in den Durchstoßpunkt des einfallenden Strahls. Also ist jeder gebeugte Strahl die Schnittgerade zweier Kegel um die x- bzw. y-Achse mit der Spitze im Nullpunkt und dem erzeugenden Winkel α bzw. β. Beim Versuch von Stern, und Estermann und Stern liegt der einfallende Strahl meistenfalls in der xz-Ebene. Also $\beta_0 = \frac{\pi}{2}$. Setzt man $h_1 = h_2 = 0$, so erhält man $\alpha = \alpha_0$, also den reflektierten Strahl. Stern und Estermann haben außer diesem reflektierten Strahl die gebeugten Strahlen von den Ordnungen $h_1 = 0$ $h_2 = \pm 1$ deutlich beobachtet. Das experimentelle Verfahren war folgendes. Der H_2- bzw. He-Strahl trifft auf die Spaltfläche von $NaCl$ und LiF mit dem Einfallswinkel von $11^1/_2{}^0$. Der Auffänger wurde auch um den gleichen Winkel geneigt und war drehbar um die Achse

[1]) Wenn man die Maxwellsche Verteilung voraussetzt, wird die Wellenlänge größter Intensität durch $\lambda = 19 \cdot 47 \frac{1}{\sqrt{Tm}} \times 10^{-8}$ cm gegeben (siehe Estermann u. Stern, Anhang), wobei T die Temperatur des Ofens, m die Masse des Atoms bzw. Moleküls bedeutet.

senkrecht zur Kristallfläche, und die Intensitätsverteilung der vom Kristall in verschiedene Richtungen austretenden Strahlen wurde bei den verschiedenen Geschwindigkeiten des primären Strahls untersucht. Fig. 6 zeigt ein Ergebnis ihrer Messung mit *He* an *LiF* bei einer Ofentemperatur von 259°. Die Abszisse ist das Azimut des Auffängers. Dabei bezeichnet 0° die Stelle, wo der Auffänger in der Einfallsebene liegt. Die Ordinate ist die Intensität des reflektierten Strahls. Wie man sieht, zeigt die Kurve zwei deutliche

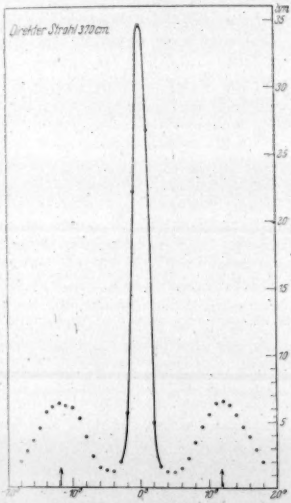


Fig. 6. Beugung von *He* an *LiF*, 295° K, Einfallswinkel $11^1/_2°$.

Maxima, die den Beugungsmaxima von Ordnungen $h_1 = 0$ $h_2 = \pm 1$ zugeschrieben werden sollen. Die Pfeile zeigen die berechneten Stellen. Die Übereinstimmung ist sehr gut. Man muß aber dabei darauf achten, daß, wie eine einfache Überlegung zeigt, die genannten Beugungsmaxima näher an der Kristalloberfläche liegen als der reflektierte Strahl, und daß, weil die Höhe des Auffängers beim Drehen konstant bleibt, der Auffängerspalt eine gewisse Höhe haben muß, um diese Strahlen in den Auffänger gelangen zu lassen. Dieser Umstand verursacht Schwierigkeiten bei der genauen Bestimmung der Lage des Maximums. Besonders bei großem Winkel wird es umständlich, weil das Maximum um so näher an der Oberfläche liegt, je größer der Winkel wird. Durch eine besondere Vorrichtung ist jedoch diese Schwierigkeit gewissermaßen beseitigt. Die Tabelle zeigt das Ergebnis ihrer Messung mit

Gas	Strahltemperatur	Ort des Maximums berechnet	Ort des Maximums gefunden
H_e	100° K	21°	$15^1/_2°$
	180	$15^1/_2$	$14^1/_2$
	290	12	$11^1/_2$
	590	$8^3/_4$	9
H_2	290	17	17
	580	12	11

He und H_2 an *LiF* bei verschiedenen primären Wellenlängen. Die Übereinstimmung der beobachteten Werte mit den berechneten ist sehr gut.

Um die obengenannte Schwierigkeit zu vermeiden, haben sie noch die Beugungsspektren in der Einfallsebene untersucht. Dazu mußte man den Apparat etwas abändern. Der Auffänger mußte um die Achse senkrecht zur Einfallsebene drehbar sein. Die Orientierung des Kristalls wurde auch so geändert, daß die Einfallsebene den Winkel zwischen den Hauptachsen des Oberflächengitters halbierte: also in seiner Ebene um 45° von der vorigen Stelle gedreht. Sie entsprechen den Spektren eines Strichgitters mit der Gitterkonstante $\frac{d}{\sqrt{2}}$. Der Einfallswinkel wurde zwischen 10° und 70° variiert. Man konnte die Beugungsspektren von der Ordnung $h_1 = 1$, $h_2 = 1$; $h_1 = -1$, $h_2 = -1$ deutlich beobachten, und zwar stimmte die Lage der Beugungsmaxima besonders bei dem kleinen Winkel gut überein mit derjenigen der berechneten. Bei dem großen Winkel war die Übereinstimmung nicht so gut, weil der Einfluß der Rauheit der Oberfläche in diesem Fall schon beträchtlich wurde. Es ist noch bemerkenswert, daß man beim Einfallswinkel von weniger als 45° kein Beugungsmaximum entsprechend dem $h_1 = -1$, $h_2 = -1$ (Beugungswinkel kleiner als der Reflexionswinkel) beobachten konnte.

An dieser Stelle sei noch einiges über den reflektierten Strahl, also $h_1 = 0$, $h_2 = 0$, nach dem Ergebnis und der Diskussion von Estermann und Stern berichtet. Das Reflexionsvermögen hängt von dem Einfallswinkel ab. In allen Fällen nimmt es mit wachsendem Einfallswinkel ab. Die natürlichste Deutung dafür ist wohl, daß die Kristallspaltfläche eine matte Oberfläche darstellt. Wenn man nach der am Anfang dieses Kapitels mitgeteilten Überlegung die Unebenheit der Kristallspaltfläche schätzt, bekommt man etwa 1 Å dafür. Das ist die Größenordnung der Amplitude der Temperaturschwingung der Gitterionen. Man kann noch nicht sagen, daß diese Deutung wirklich der Tatsache entspricht, aber sollte sie sich einmal bestätigen, so ist es sehr schön, daß man in einfacher Weise die Am-

plitude der Temperaturschwingungen der Ionen direkt untersuchen kann.

Das sind die wesentlichen Ergebnisse und Diskussionen von Stern, Knauer und Estermann. Sie zeigten sehr deutlich, daß die *He*- und H_2-Strahlen durch einen Kristall wie von einem Kreuzgitter gebeugt werden, und die entsprechende Wellenlänge durch h/mv gegeben ist.

Ellett und Olson (37) haben die Beugung von *Cd*-Strahlen auf *NaCl* untersucht. Ihre Ergebnisse sind wie folgt:

1. Wenn der Strahl von *Cd*-Dampf auf die Oberfläche von *NaCl* mit dem Einfallswinkel Θ trifft, findet die Reflexion statt. Die reflektierten Strahlen sind nicht scharf, haben aber ihr Intensitätsmaximum in der Richtung der Reflexion.

2. Wenn man den einmal reflektierten Strahl nochmals auf die zweite Kristalloberfläche fallen läßt, findet die Reflexion nur dann statt, wenn der Einfallswinkel im zweiten Fall demjenigen vom ersten Fall gleich ist. Sonst findet nur die allgemeine Streuung statt.

3. Der einmal reflektierte Strahl besteht aus den Atomen gleicher Geschwindigkeit, und die letztere hängt von dem Einfallswinkel ab.

Diese Tatsachen lassen sich durch den Braggschen Typus der Reflexion erst erklären. Also durch die Raumgitterinterferenz. Die Beziehung zwischen der Geschwindigkeit und der Wellenlänge wurde nicht festgestellt.

Es ist jedoch sehr schwer zu verstehen, warum in diesem Fall die Raumgitterinterferenz stattfinden kann, während bei *He* und H_2 nur die Oberflächengitterinterferenz hervortritt. Um darüber näher zu diskutieren, liegen nicht genug experimentelle Ergebnisse vor. Der Versuch von Johnson (38) läuft in derselben Richtung wie derjenige von Stern, Knauer und Estermann.

§ 12. Polarisation der Materiewelle.

Zum Schluß sei noch einiges über die Polarisation der Materiewelle bemerkt. Die Analogie zwischen der Materie und dem Licht ist so auffallend, daß es einem den Gedanken nahelegt, ob die Materiewelle auch Polarisationseigenschaft haben würde. Davisson und Germer (39) und auch E. Rupp (40) haben das Experiment ausgeführt, das ganz dem Barklaschen Experiment mit Röntgenstrahlen analog ist. Sie haben nämlich einen Elektronenstrahl zweimal von Kristall- bzw. Nichtkristallinen-Oberflächen reflektieren lassen, und die Intensitätsverteilung der zweimal gestreuten Strahlen gemessen als Funktion des Azimutwinkels Θ der beiden Spiegel zueinander. Der Streuungswinkel war dabei jedesmal $\frac{\pi}{2}$. Im Fall des Röntgenstrahls ist die Intensität dann am größten, wenn die beiden Einfallsebenen zusammenfallen. In diesem Falle aber hat man keine solche Asymmetrie beobachtet. Vor kurzem hat E. Rupp (41) noch dasselbe Experiment mit sehr kleinem Streuungswinkel angestellt. Der Elektronenstrahl fällt streifend auf das mit einer dünnen Schicht von Gold bzw. Beryllium bedeckte Wolframblech und der gespiegelte Strahl wird nochmals durch den zweiten Spiegel reflektiert. An Gold wird eine asymmetrische Winkelverteilung der zweimal reflektierten Elektronen gefunden. An Beryllium dagegen wird kein solches Phänomen beobachtet.

Nun muß man aber vorsichtig sein, was man unter der Polarisation der Materiewelle zu verstehen hat. In dieser Beziehung gibt es keine Analogie zwischen der Materie und dem Licht. Wir wollen also darunter die Eigenschaft des Elektronenstrahls verstehen, die sich nicht erklären läßt, wenn man nur die kugel-symmetrische Struktur des Elektrons voraussetzt. In der Tat hat Mott (42) ausgehend von den Diracschen Gleichungen des Spinelektrons eine asymmetrische Streuung der Elektronen bei zweimaliger Streuung abgeleitet. Diese Theorie spricht aber keineswegs für das Experiment von Rupp. Nach dieser Theorie ist bei der 180°-Stellung der beiden Spiegel[1]) (nach Rupps Bezeichnung: Die Stellung, in der die beiden Einfallsebenen zusammenfallen, und zwar so wie in Fig. 7 gezeichnet) die größte Intensität zu erwarten, während dort Rupp das Minimum hat. Man muß auch darauf achten, daß es sich bei der Mottschen Theorie um die Streuung durch

Fig. 7.

einzelne Atome handelt, während beim Versuch von Rupp die Spiegelung an der Oberfläche eine Rolle spielte.

Es ist noch interessant, daß man sich an dieser Stelle daran erinnert, daß die β-Strahlen in der Wilsonschen Nebelkammer scheinbar schraubenförmige Spuren hinterlassen. Man hat schon oft, ohne eine endgültige Entscheidung zu bekommen, darüber gestritten, ob diese Spuren nur eine Augentäuschung wären oder etwas dahinter steckte. Die Mottsche Theorie spricht dafür, daß es keine Augentäuschung sondern eine Tatsache ist, die durch die Spineigenschaft des Elektrons hervorgerufen wird.

1) Ich möchte Herrn Dr. Wierl herzlichst danken, daß er mich darauf hingewiesen hat.

Die Erforschung dieses neuen Gebietes steht, wie man sieht, noch ganz im Anfang. In vieler Beziehung bleibt die Sache noch unerforscht. Es ist aber zweifellos, daß nicht nur das Beugungsphänomen des Materiestrahls viele wichtige Anwendungsmöglichkeiten auf die Untersuchung der Struktur des Kristalls und des Moleküls überhaupt bietet, sondern daß man hier auch sehr wirksame Methoden gefunden hat, um das Wesen der Materie erforschen zu können.

Zum Schluß möchte ich Fräulein M. Streithof für ihre freundliche Hilfe beim Schreiben meinen besten Dank aussprechen.

Literaturverzeichnis.

1) H. Bethe, Ann. d. Phys. **87**, 55, 1928.
2) C. Davisson u. L. H. Germer, Phys. Review **30**, 705, 1927; Proc. of Nat. Acad. **14**, 317, 619, 1928.
3) L. H. Germer, Zeitschr. f. Physik **54**, 408, 1929.
4) C. D. Rose, Phil. Mag. **6**, 712, 1928.
5) E. Rupp, Ann. d. Phys. **1**, 801, 1929.
6) E. Rupp, Ann. d. Phys. **3**, 497, 1929.
7) S. Nishikawa u. S. Kikuchi, Nature **122**, 726, 1928; Proc. Imp. Acad. Jap. **4**, 475, 1928.
8) A. G. Emslie, Nature 977, 1929.
9) Yamaguchi, Proc. of Physico-Math. Soc. Jap., wird bald erscheinen.
10) S. Kikuchi, Jap. Journal of Phys. **5**, 83, 1928.
11) W. L. Bragg, Nature Juli 1929.
12) Matsukawa u. Shinohara, noch nicht erschienen.
13) E. Rupp, Zeitschr. f. Phys. **52**, 8, 1928.
14) G. P. Thomson, Proc. Roy. Soc. London **117**, 600, 1928. **119**, 651, 1929.
15) G. P. Thomson u. Reid, Nature 18. Juni 1927.
16) R. Ironside, Proc. Roy. Soc. London **119**, 668, 1929.
17) E. Rupp, Ann. d. Phys. **85**, 981, 1928.
18) Tartakowsky, C. R. Acad. Sc. Leningrad (A) Nr. 1, 1928.
19) E. Rupp, Ann. d. Phys. **1**, 801, 1929.
20) S. Nishikawa u. Matsukawa, Proc. Imp. Acad. Jap. **6**, 1929.
21) M. Ponte, Comptes Rendus **188**, 244, 1929.
22) Muto u. Yamaguchi, Proc. Imp. Acad. Jap. **6**, 1929.
23) G. P. Thomson, Phil. Mag. **6**, 939, 1928.
24) G. P. Thomson, Proc. Roy. Soc. London **125**, 351, 1929.
25) H. Mark u. R. Wierl, Zeitschr. f. Phys. **60**, 741. 1930.
26) N. F. Mott, Nature 28. Dec. 1929.
27) F. Kirschner, Naturwissensch. 24. Jan. 1930.
28) A. Sommerfeld, Wellenmech. Erg.-Bd. 231.
29) Rosenfeld u. Witmer, Zeitschr. f. Phys. **49**, 736, 1928.
30) P. Debye, L. Bewilogua u. F. Ehrhardt, Physik. Zeitschr. **30**, 84, 1929. Ber. d. Sächs. Akad. zu Leipzig **81**, 30, 1929.
31) H. Mark u. R. Wierl, Naturwissensch. **18**, 205, 1930.
32) P. Debye, Ann. d. Phys. **46**, 809, 1915. Physik. Zeitschr. **31**, 419, 1930.
33) R. Wierl, Physik. Zeitschr. **31**, 366, 1930.
34) F. Knauer u. O. Stern, Zeitschr. f. Phys. **53**, 779, 1929.
35) O. Stern, Naturwissensch. **17**, 391, 1929.
36) I. Estermann u. O. Stern, Zeitschr. f. Phys. **61**, 95, 1930.
37) A. Ellett u. H. F. Olson, Phys. Rev. **31**, 643, 1928; Phys. Rev. **34**, 493, 1929.
38) T. H. Johnson, Phys. Rev. **33**, 1929.
39) C. Davisson u. L. H. Germer, Phys. Rev. 1929.
40) E. Rupp, Zeitschr. f. Phys. **53**, 548, 1929.
41) E. Rupp, Zeitschr. f. Phys. **61**, 158, 1930.
42) N. F. Mott, Proc. Roy. Soc. London **124**, 425, 1929.

Zusatz bei der Korrektur: In der Zwischenzeit sind die Arbeiten von Rupp, Zeitschr. f. Phys. **61**, 587, 1930 und Laue und Rupp, Ann. d. Phys. **4**, 1097, 1930 über das innere mittlere Potential für verschiedene Isolatoren erschienen. Man hat viele interessante Tatsachen gefunden. Aber die vorgeschlagene Erklärung dieser Tatsachen scheint noch nicht eine endgültige zu sein.

Leipzig, Mai 1930.

(Eingegangen 17. Mai 1930.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über interferometrische Messungen des Tetrabromkohlenstoff-Moleküles.

Von Erich Rumpf.

(Aus dem Physikalischen Institut der Universität Graz; Nr. 73.)

Beugungsversuche von Röntgenstrahlen an Atomen einzelner Moleküle wurden bisher meines Wissens nur von P. Debye[1]) unternommen und zwar vor allem an CCl_4 und einigen anderen chlorhältigen organischen Substanzen. Für CCl_4 ergab sich hierbei für die Länge der Tetraederseite 3,1 A.E.[1]), ein Wert, der von Mark und Wierl[2]) mittels Elektronenstrahlen mit 3,15 A.E. bestätigt wurde.

Es war zu erwarten, daß CBr_4 infolge der schweren Besetzung der vier Tetraedereckpunkte besonders gute Beugungsdiagramme geben wür-

1) Physik. Zeitschr. **31**, 142, 1930; Physik. Zeitschr. **30**, 524, 1929 und frühere Mitteilungen.

1) Vgl. am Schluß dieses Artikels Anm. bei der Korrektur.
2) Naturw. **18**, 205, 1930.

den. Daher habe ich zunächst versucht, CBr_4 als Dampfstrahl mit *Cu-K*-Strahlung in einer dafür eingerichteten Debye-Scherrer-Kammer zu untersuchen. Trotz vieler aufgewendeter Mühe gelang es mir aber nicht, in der Kammer einen einwandfreien Dampfstrahl zu erzeugen, weil die Siedetemperatur (190° C) und die Temperatur, bei welcher die Zersetzung merklich zu werden beginnt (etwa 210° C) zu nahe beieinander liegen.

Daher unternahm ich es, das CBr_4-Molekül in einer stark verdünnten Lösung zu untersuchen und wählte dafür eine halbmolare Lösung in Benzol, was einem Gasdruck von etwa 11 Atm. entspricht. Diese Lösung ließ ich als Strahl aus einer Kapillare von fast 1 mm Durchmesser durch meine Debye-Scherrer-Kammer (Radius 3,4 cm) fließen. Eine Aufnahme von vier Stunden war merklich überexponiert; eine zweite Aufnahme von einer Stunde Exposition ergab aber ein gut ausmeßbares Diagramm. Auf diesen Aufnahmen sind mehrere Ringe zu unterscheiden; Vergleichsaufnahmen mit reinem Benzol zeigten, daß den CBr_4-Molekülen ein Ring mit einer Ablenkung von $\Theta = 27\frac{1}{2}^0$ zuzuordnen ist.

(Dieser Wert ist bereits durch Vergleich mit einer Steinsalzaufnahme korrigiert; zu diesem Zweck wurde Steinsalzpulver, mit Vaseline gemischt, als Brei durch die Ausflußkapillare gepreßt.)

Wertet man diesen Ring nach der Debyeschen Formel

$$a = \frac{5}{8}\lambda \frac{1}{\sin \Theta/2}$$

aus, so ergibt sich für die Seite des CBr_4-Tetraeders 4,0 A.E. Hierbei schätze ich den Fehler infolge der Breite des Ringes auf $+0{,}05$ A.E.

Das zweite Debyesche Maximum ($\frac{5}{2}\pi$) war auf meinen Aufnahmen leider nicht aufzufinden; wohl z. T. wegen der allgemeinen Schwärzung, besonders aber auch wegen einer benachbarten Benzolinterferenz.

Wie zu erwarten, ist demnach der Abstand der Bromatome größer als der der Chloratome in der Tetrakohlenstoffverbindung.

Diese Untersuchung soll noch mit anderen Lösungsmitteln und Konzentrationen fortgesetzt werden. Ebenso soll in einer späteren Mitteilung der Versuch gemacht werden, die Benzolinterferenzen zu deuten. Bisher scheint es mir, daß diese auf eine Seite des Benzolsechseckes von 2,6 A.E. schließen lassen.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für die Überlassung einer Luftpumpe und der I. G. Farbenindustrie A.-G. für ein größeres Quantum Tetrabromkohlenstoff zu danken.

Anmerkung bei der Korrektur. Herr Prof. Debye hatte die Freundlichkeit, mich brieflich darauf aufmerksam zu machen, daß seine Berechnung des Abstandes der Chloratome im CCl_4-Molekül durch eine im Mai d. J. erschienene vollständige Theorie (Physik. Zeitschr. **31**, 419, 1930) eine Korrektur erfahren hat: der Abstand beträgt 2,99 A.E. ± 1 Proz. Ich habe nach den dort entwickelten Überlegungen den Abstand der Bromatome im CBr_4-Molekül nachgerechnet; in diesem Falle ist die Korrektur außerhalb der angegebenen Beobachtungsfehler.

(Eingegangen 6. Juli 1930.)

Über den Ramaneffekt an Lösungen schwach ionisierter Salze.

Von Leonard A. Woodward.

Für konzentrierte Lösungen stark ionisierter Salze zeigen die Arbeiten zahlreicher Forscher[1]), daß kein von undissoziierten Molekülen herrührender Ramaneffekt gefunden werden kann. Diesem negativen Resultat zufolge scheinen also diese Salze auch in konzentrierter Lösung vollkommen ionisiert zu sein, wie es für die Theorie verdünnter Lösungen angenommen wird.

Um einmal dieses negative Resultat mit positiven Beobachtungen überprüfen zu können, schien es mir interessant, Salze zu untersuchen, bei denen man schon aus anderen (z. B. chemischen) Eigenschaften der Lösungen schließen muß, daß die Ionisation sehr gering ist. Solche Fälle bilden bekanntlich Quecksilberchlorid, $HgCl_2$, und -zyanid, $Hg(CN)_2$.

Im Vergleich mit den gewöhnlichen Salzen (wie etwa KCl und KCN) lösen sich die Quecksilbersalze nur wenig in Wasser, und der Ramaneffekt kann deshalb nur verhältnismäßig schwach zu sehen sein. Mit einer nahezu gesättigten Lösung von $HgCl_2$ (etwa 0,2 Mol pro Liter) konnten trotzdem zwei Ramanlinien beobachtet werden. Sie sind von 4047 Å bzw. 4358 Å angeregt mit einer Wellenzahlverschiebung $\Delta\nu = 320$ cm^{-1}. Dies ist ein Beweis dafür, daß wir es mit undissoziierten Molekülen zu tun haben; denn wäre das Salz vollkommen in einatomige Ionen dissoziiert, so wäre kein Effekt möglich, wie es z. B. für KCl auch bestätigt wurde.

1) Carelli, Pringsheim u. Rosen, Zeitschr. f. Phys. **51**, 511, 1928; Pringsheim u. Jost, Zeitschr. f. Phys. **58**, 1, 1929; Dickenson u. Dillon, Proc. Nat. Acad. **15**, 334, 1929; Mukherjee und Sengupta, Ind. Journ. Phys. **3**, 503, 1927—28; Taylor, General Discussion of the Faraday Soc., September 1929, S. 830; u. a.

Für Quecksilberzyanid ist die Sachlage ein wenig komplizierter, weil die *CN*-Gruppe schon einen Effekt geben wird. Hier liegt es also nahe, einen Vergleich zu ziehen zwischen $Hg(CN)_2$ und einem stark ionisierten Zyanid, z. B. *KCN*. Zu diesem Zwecke wurde eine konzentrierte Lösung von *KCN* (etwa 7 Mol pro Liter) untersucht. Es ergaben sich Linien mit $\Delta\nu = 2081$ cm^{-1}, die also der ionisierten *CN*-Gruppe zuzuschreiben sind. Für eine gebundene *CN*-Gruppe dagegen haben Dadieu und Kohlrausch erheblich größere $\Delta\nu$-Werte gefunden, nämlich in CH_3CN[1]) $\Delta\nu = 2246$ und in C_6H_5CN[2]) $\Delta\nu = 2227$ cm^{-1}. Auf Grund des Wertes für $Hg(CN)_2$ in Lösung sollte es also möglich sein, zu entscheiden, ob dort die *CN*-Gruppe ionisiert vorkommt oder nicht. Der Effekt in diesem Falle ist schwach; aber mit einer nahezu gesättigten Lösung (etwa 0,35 Mol pro Liter) wurden doch Linien geringer Intensität gefunden. Ihr $\Delta\nu$-Wert ist 2195 cm^{-1}, woraus wohl gefolgert werden darf, daß es sich hier auch um gebundene *CN*-Gruppen handelt, d. h. daß $Hg(CN)_2$ hauptsächlich nicht ionisiert vorkommt.

Die Aufnahmen wurden mit einem selbstgebauten lichtstarken (1 : 1,5) Spektrographen gemacht. Wellenlängen wurden mit Hilfe des *Cu*-Bogens als Vergleichspektrum bestimmt, unter Benutzung der vereinfachten Hartmannschen Interpolationsformel.

Eine ausführlichere Beschreibung soll demnächst in größerem Zusammenhang folgen. Doch möchte ich heute schon Herrn Prof. Debye für die Anregung zu dieser Arbeit und seine vielen Ratschläge herzlichst danken.

Leipzig, Physikalisches Institut, Juli 1930.

(Eingegangen 30. Juli 1930.)

1) Wien. Ber. **138**, 804, 1929.
2) Wien. Ber. **138**, 613, 1929.

VORTRÄGE VON DER 11. TAGUNG DES GAUVEREINS THÜRINGEN–SACHSEN–SCHLESIEN DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT AM 15. UND 16. JUNI 1930 IN HALLE A./S.

Max Wien (Jena), Über Hochfrequenzmessungen nach der Barrettermethode.

Die Entwicklung der Hochfrequenz in Wissenschaft und Technik wendet sich immermehr den ganz kurzen Wellenlängen zu. Es ist daher notwendig, daß sichere Meßmethoden ausgearbeitet werden, um die in Betracht kommenden Wechselstromgrößen zu bestimmen. Im Laufe der Zeit sind eine ganze Reihe verschiedener Wege eingeschlagen worden, um diese Aufgabe zu lösen. Die nächstliegende war die Messung von Resonanzkurven, wobei aus Lage und Breite der Resonanzkurven Schlüsse auf die Wechselstromgrößen gezogen werden konnten. Weiter wurde die Lechersche Drahtmethode für diese Zwecke durchgebildet, und schließlich auch versucht, Brückenanordnungen nach Art der Wheatstoneschen Brücke zu verwenden.

Alle diese Methoden haben ihre Vorzüge und sind mit Erfolg verwandt worden. Jedoch versagen sie häufig, wenn gleichzeitig einerseits Widerstände, andererseits Selbstinduktionen oder Kapazitäten getrennt voneinander genau gemessen werden sollen. Insbesondere sind die Resonanzmethoden und auch die Lechersche Methode bei zu großer Dämpfung nicht brauchbar, und die Brückenanordnungen sind um so schwieriger zu handhaben, je höher die Frequenz ist.

In dem Jenaer Institut wird deshalb in den letzten Jahren die Barrettermethode, welche wir ursprünglich zur Messung des Spannungseffektes elektrolytischer Lösungen mittels Stromstößen verwandt hatten, für allgemeine Hochfrequenzmessungen ausgearbeitet. Hierüber soll im folgenden berichtet werden.

1. Grundsätze der Barrettermethode.

Bei der Barretteranordnung (vgl. Fig. 1 u. 2) verzweigt sich ein Wechselstrom in zwei Zweige 1 und 2, in denen die Ströme J_1 und J_2 fließen. Diese Ströme wirken auf zwei Zweige einer Barretterbrücke so, daß bei Gleichheit der Ströme J_1 und J_2 die Widerstandserhöhung der Barretterzweige durch die Erwärmung gleich groß ist, demnach das Gleichgewicht der Gleichstrombrücke nicht gestört wird. Die Methode ist mithin eine Nullmethode. Jedoch wird dabei nicht auf das Verschwinden eines Wechselstromes eingestellt, wie bei der Wheat-

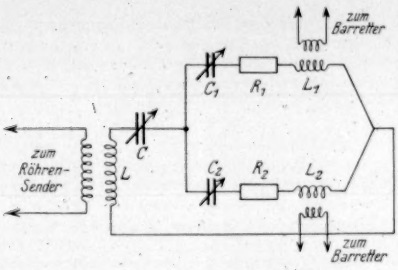


Fig. 1.

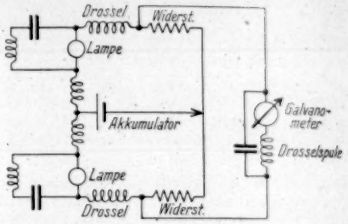


Fig. 2.

stoneschen Brücke, sondern auf Gleichheit der beiden starken Ströme in den Zweigen 1 und 2. Bei Änderung von I_2 gegen I_1 geht das Galvanometer von negativen zu positiven Ausschlägen durch Null hindurch, so daß alle Annehmlichkeiten der Gleichstrombrücke auf diese Weise auf die Wechselstrommessungen übertragen werden können. Im Gegensatz dazu stellt man bei Betrieb der Wheatstoneschen Brücke mit Wechselstrom auf ein Minimum des Stromeffektes im Brückenzweig ein, und auf beiden Seiten wird der Strom dann wieder stärker. (Vgl. Fig. 3, *WBr.*) Dazu kommt, daß man es hier nur mit 2 Zweigen zu tun hat gegenüber 4 Zweigen bei der Brücke. Die Barrettermethode ist daher grundsätzlich der Brückenmethode bei Hochfrequenz überlegen.

Bei den Wechselstrommessungen handelt es sich meistens nicht darum, einfache Widerstände miteinander zu vergleichen, sondern es ist auch

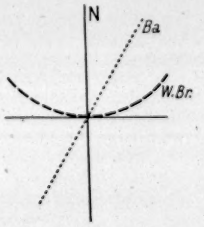


Fig. 3.

Selbstinduktion oder Kapazität in den Zweigen vorhanden. Diese müssen gleichzeitig mit dem Widerstand gemessen werden. Bei der Barrettermethode erfolgt das in folgender Art: Man schaltet in den Vergleichszweig eine variable Kapazität ein und kompensiert damit die Selbstinduktion, so daß nur ein Widerstand — reeller Teil des Widerstandsoperators — übrig bleibt. Der andere Zweig, der Meßzweig, wird auch so abgeglichen, daß die vorhandene Selbstinduktion durch Kapazität, oder umgekehrt, kompensiert wird. Es bleibt demnach auch in diesem Zweige nur Widerstand übrig. Ist die Barretteranordnung symmetrisch, so erfolgt der Ausschlag Null, wenn diese Widerstände im Vergleichszweig und Meßzweig einander gleich sind. Wir erhalten also entsprechend den bekannten Brückenmethoden gleichzeitig zwei Gleichungen:

1. müssen Kapazität C und Selbstinduktion L einander aufheben: $\omega^2 LC = 1$.

2. müssen die Widerstände gleich sein: $R_1 = R_2$.

Dieses Verfahren ist für mittlere Frequenzen gut anwendbar, nicht aber für hohe Frequenzen, weil es praktisch nicht möglich ist, die beiden Zweige einander genau gleich zu machen und sie in gleichem Maße vor kapazitiver und induktiver Kopplung zu schützen. Die Messung erfolgt hier daher so, daß man den Vergleichszweig ungeändert läßt und im Meßzweig die zu messenden Teile durch andere bekannte Teile (Widerstände, Kondensatoren) austauscht, oder sie in bekannter Weise abändert. Dies muß jedoch ohne merkliche Änderung der Form und Potentialverteilung des Zweiges geschehen. Hierin liegt die Schwierigkeit der Methode, was unten näher erörtert werden soll.

2. Ausführung der Methode.

Es sollen hier nur die Grundsätze ohne technische Einzelheiten besprochen werden. Man kann die Barrettermethode sowohl mit Stromstößen betreiben, als auch mit einem ungedämpften Hochfrequenzstrom. Während in früheren Arbeiten stark gedämpfte Stromstöße angewandt wurden, handelt es sich hier, wo es auf scharfe Resonanz ankommt, entweder um wenig gedämpfte Stromstöße, oder um ungedämpfte Schwingungen.

Wir haben einmal die Stromstoßmethode mit Löschfunken und wenig gedämpftem Zwischen-

kreis verwandt, ferner auch ungedämpfte Schwingungen von Röhrensendern, die jedoch meistens nur kurze Zeit, $^1/_{10}$—$^1/_{100}$ Sekunde, durch die Anordnung geschickt wurden, so daß sie auch wie ein Stromstoß wirkten.

Günstig bei der Barrettermethode ist, daß die Empfindlichkeit außerordentlich groß ist und beinahe beliebig gesteigert werden kann. Ferner besteht ein grundsätzlicher Vorzug im folgenden:

Die eigentliche Messung beruht, wie gesagt, darauf, daß durch Kompensation von Selbstinduktion und Kapazität der Strom in dem Meßzweige ein Maximum wird und weiter, daß im Maximum der Ausschlag des Galvanometers Null wird, indem man den Widerstand entsprechend dem des Vergleichszweiges abändert.

Die Maximaleinstellung, die prinzipiell der normalen Resonanzmethode entsprechen würde,

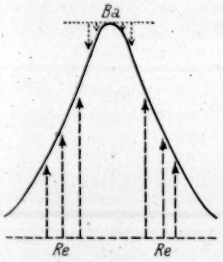


Fig. 4.

geschieht nun praktisch so, daß man nicht die großen Ausschläge um das Maximum herum mißt (Fig. 4, nach oben gerichtete Pfeile), sondern die kleinen Ausschläge um welche die Umgebung des Maximums von dem Ausschlag Null abweicht (Fig. 4, nach unten gerichtete Pfeile). Man ist also nicht abhängig von einer großen Konstanz der Stromquelle, da Schwankungen der Stromquelle nur prozentual auf die kleinen Ausschläge wirken. Bei der Resonanzmethode üben diese Schwankungen einen störenden Einfluß auf die Bestimmung der Resonanzkurve aus, und man muß, um den Resonanzpunkt sicher festzustellen, bis zu 50 Proz. des Maximalausschlags herabgehen. Die Lage des Maximums kann infolgedessen bei der Barrettermethode sehr viel sicherer festgestellt werden, und es können auch bei starker Dämpfung sowohl Widerstand als auch Selbstinduktion bzw. Kapazität genau gemessen werden.

Die eigentlichen Schwierigkeiten liegen auf einem anderen Gebiet und sie sind wohl bei allen Hochfrequenzmethoden die gleichen. Sie beruhen darauf, daß die Selbstinduktion oder Kapazität des Meßzweiges durch die notwendigen Umschaltungen und Abänderungen des Zweiges, nicht in unkontrollierbarer Weise verändert werden darf. Am weitgehendsten wird dies vermieden, wenn überhaupt keine Umschaltungen erfolgen, sondern nur äußere Einwirkungen auf den Zweig zu untersuchen sind, z. B. Temperaturerhöhung, Einfluß der Spannung, Einfluß von Feldern und ähnliches. Um die Zweige wieder abzugleichen, bedarf es nur kleiner Abänderungen von Widerstand und Kapazität des Meßzweiges. Schwieriger liegt die Sache, wenn z. B. Drähte oder Flüssigkeiten ausgetauscht werden müssen; und hier ist große Sorgfalt notwendig[1]).

Bei der Kapazität erfolgt das Abgleichen verhältnismäßig einfach, ohne merkliche Änderung des Zweiges, indem ein Drehkondensator ein wenig gedreht wird. Man kann natürlich auch einen kleinen Kondensator einem größeren parallel schalten und durch dessen Änderung eine genaue Messung bewirken, jedoch ist dies bedenklich wegen der Selbstinduktion der Zuführungen der parallel geschalteten Kondensatoren und auch deshalb, weil die äußere Form des Zweiges durch größere Bewegungen des kleinen Kondensators abgeändert werden würde. Es ist vorteilhaft, die Kapazitätsänderungen an einem größeren Kondensatoren auszuführen, und zwar durch eine mikrometrische Verstellung, wie sie jetzt bei den Drehkondensatoren für Radiozwecke vielfach angewandt wird. Dabei wird die Form des Kondensatoren nur wenig verändert, und trotzdem wegen der mikrometrischen Drehung eine sichere Messung ermöglicht. Neue Schwierigkeiten macht der Widerstand.

Die grundlegenden Bedingungen für den Widerstand bei Hochfrequenzen sind:

1. Der Widerstand muß nicht merklich von der Frequenz abhängig sein, oder die Änderung muß genau berechnet werden können.

2. Die Abänderung des Widerstandes muß erfolgen können, ohne daß eine merkliche Ände-

1) In der Diskussion über diesen Vortrag auf der Gauversammlung in Halle wies Herr Debye noch besonders darauf hin, daß es nicht genügt, daß die Form des Zweiges der Widerstand und die Selbstinduktion oder die Kapazität erhalten bleiben, sondern daß auch die Potentialverteilung in dem ganzen Zweig die gleiche sein muß. Das ist ohnehin schon notwendig wegen der Kapazität gegen die Umgebung. Es treten aber noch „Querkapazitäten" zwischen den verschiedenen Teilen des Zweiges hinzu. Man kann diese Fehlerquelle nicht grundsätzlich fortschaffen, sondern nur verkleinern, indem man einmal die Dimension aller Teile des Zweiges so klein als möglich macht, um die kapazitiven Wirkungen zu verringern und indem man die Potentialverteilung durch passende Anordnung möglichst der zu messenden anpaßt. Es soll hierauf später bei Veröffentlichung der einzelnen Anwendungen der Methode näher eingegangen werden.

rung der Selbstinduktion eintritt, oder die Änderung muß berechnet werden können.

Diese Bedingungen sind um so schwerer zu erfüllen, je höher die Frequenz ist, weil mit ihr die Hautwirkung und die kapazitiven Wirkungen immer mehr ansteigen. Die Selbstinduktion des Zweiges muß bei kurzen Wellenlängen so klein als möglich gemacht werden, damit die kompensierende Kapazität nicht zu klein wird. Bei zu kleiner Kapazität sind eben die kapazitiven Nebenschlüsse gefährlich, andererseits ist bei sehr kleiner Selbstinduktion jede noch so kleine Änderung der Selbstinduktion eine Fehlerquelle.

Als praktische Lösung für die Form des Widerstandes habe ich bisher für große Widerstände bis etwa 50 Ohm herunter Kohlewiderstände von Siemens (Ela. wd) angewandt, die

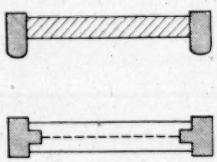


Fig. 5.

auf dicken nichtleitenden Zylindern eine dünne Kohleschicht tragen. Sie zeigen keinen merklichen Skineffekt. Ihr ziemlich hoher Temperaturkoeffizient ist nur bei starken Stromstößen störend. Wegen der großen Querschnitte ist die Selbstinduktion klein (vgl. Fig. 5). Vorläufig gibt es leider noch keine kleineren Widerstände als 50 Ohm im Handel. Zum Austausch der Kohlewiderstände wurden gleichgeformte Zylinder aus dünnem Kupferblech benutzt. Widerstände zwischen 50 und 5 Ohm wurden, wie bisher[1]), aus 0,03 mm dickem Nickelin- oder Manganindraht hergestellt, bei dem kein Skineffekt auch bei den höchsten verwandten Frequenzen zu befürchten war. Diese Drähte wurden bis zu etwa 10 cm Länge benutzt. Zum Austausch bei möglichst gleicher Selbstinduktion wurden gleichgeformte Kupferdrähte verwandt. Der kleine Hochfrequenzwiderstand dieser Drähte wurde berechnet und abgezogen. Da hier bei 10 cm Länge die Selbstinduktion von der Größenordnung von 200 cm ist, mußte genau auf gleiche Länge geachtet werden.

Für noch kleinere Widerstände unter 5 Ohm wurden kleine Flüssigkeitszellen mit platinierten Elektroden verwandt. Wegen der Verschiebungsströme mußte das Produkt $\omega C R$ klein gegen 1 sein. Das bedeutet für $\omega = \pi \cdot 10^8$, daß nur sehr gut leitende Flüssigkeiten benutzt werden durften. Die Konzentration wurde mittels einer Pipette abgeändert, so daß eine genaue Abgleichung der Widerstände möglich wurde.

Es sei allgemein darauf hingewiesen, daß bei diesen Frequenzen ein Parallelschalten von Widerständen oder Kapazitäten nur mit großer Vorsicht verwandt werden darf, weil bei hohen Frequenzen die Selbstinduktion der Zuleitungen Fehler hervorruft.

Meß-Genauigkeit. Die Einstellung ist, wie erwähnt, entsprechend der großen Empfindlichkeit der Barrettermethode sehr genau. Jedoch ist die Sicherheit der Messung absoluter Werte durch die oben genannten Fehlerquellen, insbesondere die Änderung der Form und der Potentialverteilung der Zweige stark beeinträchtigt. Die dadurch bedingten Fehler können nicht allgemein angegeben werden, sondern müssen im Einzelfall berechnet oder bestimmt werden. Sie steigen natürlich mit der Frequenz und mit der räumlichen Ausdehnung der Zweige. Handelt es sich nur um kleine Änderungen des Widerstandes oder der Kapazität bzw. Selbstinduktion, so lassen sich diese wegen der geringen notwendigen Änderung des Zweiges sehr genau messen.

Als vielleicht wichtigste Anwendung möchte ich die gleichzeitige Messung von Dielektrizitätskonstante und Leitfähigkeit elektrolytischer Lösungen nennen. Eine leitende Flüssigkeitszelle entspricht (Fig. 5) einem Widerstand (R) mit parallel geschalteter Kapazität C. Der reelle Teil des Widerstandsoperators ist

$$A = R/1 + \omega^2 C^2 R^2 .$$

Der imaginäre

$$B = -\frac{\omega C R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} .$$

Wir können 3 Fälle unterscheiden:

$$\omega^2 C^2 R^2 >> 1 \quad A = \frac{1}{\omega^2 C^2 R} \quad B = \frac{1}{\omega C} . \tag{1}$$

Man mißt also eine Kapazität und ein um so kleineres A, je schlechter die Flüssigkeit leitet. Diese Messungen sind mithin genau und leicht auszuführen.

$$\omega^2 C^2 R^2 = 1 \quad A = R/2 \quad B = -\frac{1}{2\omega C} . \tag{2}$$

Hier lassen sich A und B und damit R und C gleich gut messen.

$$\omega^2 C^2 R^2 << 1 \quad A = R$$
$$B = -\omega C R^2 = -\frac{1}{\omega C} \cdot \omega^2 C^2 R^2 . \tag{3}$$

A und damit R ist gut meßbar, jedoch B um so weniger genau, je kleiner $\omega C R$ ist. Damit kommt

1) Vgl. E. Schott, Jahrb. d. dr. Tel. **18**, 82, 1921.

man zu einer Grenze der Leitfähigkeit, über die hinaus C und damit die Dielektrizitätskonstante grundsätzlich nicht mehr gemessen werden kann. Je höher ω ist, um so höher liegt diese Grenze. Nehmen wir als Grenze $\omega CR = 1/5$, so berechnet sich für die höchste Frequenz, die man bei dieser Methode voraussichtlich wird anwenden können, $-\omega = \pi \cdot 10^8$ ($\lambda = 6$ m) — die Leitfähigkeit $\varkappa$ aus der Gleichung (Dielektrizitätskonstante $D = 80$)

$$\omega CR = \omega \cdot \frac{D}{4\pi R} 10^{-12} = 1/5 \quad \varkappa \text{ zu } 2 \cdot 10^{-2}.$$

Dies würde bei einer wäßrigen Elektrolytlösung, etwa einer Äquivalentkonzentration $m = 0{,}1$ entsprechen. Bei $\omega = 2\pi \cdot 10^7$ ($\lambda = 30$ m) würde $\varkappa = 2 \cdot 10^{-3}$ und $m = 0{,}02$ sein. Man kann also mit Hilfe dieser Methode die Frage nach dem Debye-Falkenhageneffekt untersuchen. Ich kann mitteilen, daß nach unserem bisherigen Ergebnis der Effekt sowohl bei der Leitfähigkeit wie bei der Dielektrizitätskonstante etwa der Theorie entsprechend vorhanden ist. Nähere Zahlenangaben möchte ich noch nicht machen, da die Arbeiten nicht abgeschlossen sind.

Jena, Juli 1930.

P. Debye und H. Menke, Bestimmung der inneren Struktur von Flüssigkeiten mit Röntgenstrahlen.

Bei der Bestrahlung von Flüssigkeiten mit Röntgenstrahlen erhält man ein Streubild, das durch Überlagerung zweier verschiedener Interferenzvorgänge zustande kommt. Läßt sich nun der intermolekulare Anteil der Streuung von dem innermolekularen isolieren, so kann man hieraus Schlüsse auf die Struktur der Flüssigkeit ziehen. Bisher wurde der Weg beschritten, daß man erst durch Rechnung versuchte, etwas über die gegenseitige Lagerung der Moleküle zu erfahren, um dann nachher das theoretische Resultat, wenn auch nur qualitativ, mit dem experimentellen Ergebnis zu vergleichen[1]). Selbst unter der denkbar einfachsten Annahme, daß nämlich die Moleküle sich wie harte Kugeln verhalten, ist es nicht möglich gewesen, die Rechnung exakt durchzuführen. Es schien uns daher angezeigt, den Weg in umgekehrter Richtung zu gehen, d. h. das experimentelle Resultat für die Streuung an die Spitze zu stellen und daraus ohne Voreingenommenheit abzuleiten, wie die Struktur der Flüssigkeit aussieht. Über die Ausführung dieses Verfahrens und über einige vorläufige Resultate wurde auf der Gautagung in Halle berichtet.

1) J. A. Prins, Zeitschr. f. Phys. **56**, 617, 1929. Weitere Literatur hier zitiert.

Untersucht wurde zunächst Quecksilber, das als einatomige Flüssigkeit besonders einfache Resultate ergeben sollte.

Bestrahlt man ein Volumen, welches N Quecksilberatome enthält, und würden die Streustrahlungen der einzelnen Atome nicht untereinander interferieren, so würde man die Intensität

$$J = \frac{1 + \cos^2 \vartheta}{2} N \psi^2 \qquad (1)$$

beobachten. Hierin ist ψ^2 eine Funktion des Winkels ϑ zwischen Primär- und Sekundärstrahl, welche die Streuung des Einzelatoms charakterisiert (Atomformfaktor), während der Faktor $\frac{1 + \cos^2 \vartheta}{2}$ eingeführt wurde, um der bei der Streuung auftretenden Polarisation Rechnung zu tragen. Die Winkelverteilung von ψ^2 kann man entweder nach Fermi berechnen[1]) oder experimentellen Daten über die Streuung von Quecksilberdampf[2]) entnehmen. Natürlich ist bei dem obigen Ansatz vorausgesetzt, daß die Korrektionen wegen der Absorption im bestrahlten Volumen schon ausgeführt worden sind. Besonders einfach wird diese Korrektion, wenn man den Primärstrahl auf eine freie Flüssigkeitsoberfläche auffallen läßt und die Streuung, die von der Auftreffstelle ausgeht, untersucht[3]). Das ist der Grund, warum wir diese Methode der Beobachtung gewählt haben. Das Ergebnis des Versuches steht nun mit (1) nicht im Einklang; es treten bekanntlich Maxima und Minima der Intensität auf, die nach (1) nicht auftreten sollten. Als Variable galt zunächst der Winkel ϑ zwischen Primärstrahl und Sekundärstrahl; bequemer ist es, nicht ϑ selbst, sondern die Größe

$$s = 2 \sin \frac{\vartheta}{2} \qquad (2)$$

als Variable einzuführen. Rein experimentell kann man dann das Ergebnis des Versuches darstellen, indem man an Stelle von (1) ansetzt

$$J = \frac{1 + \cos^2 \vartheta}{2} N \psi^2 E(s). \qquad (3)$$

Hierin ist dann $E(s)$ eine rein experimentell bestimmbare Funktion von s. Diese Funktion ist nach unseren Versuchen in Fig. 1 dargestellt; für große Werte von s nähert sich E dem Werte 1. (Daß $E(s)$ dargestellt werden konnte für Werte von s, die über 2 hinausgehen, hat seinen Grund darin, daß die Versuche, die ursprünglich mit Cu-K_α-Strahlung ausgeführt wurden, nachträglich noch vervollständigt werden konnten durch

1) P. Debye, Physik. Zeitschr. **31**, 419, 1930.
2) P. Scherrer u. A. Stäger, Helv. Phys. Acta, **1**, 518, 1928.
3) P. Debye, Physik. Zeitschr. **31**, 348, 1930.

Versuche mit Mo-K_α-Strahlung von kürzerer Wellenlänge.)

Die Aufgabe ist nun, aus der experimentellen Kurve $E(s)$ die Struktur der Flüssigkeit zu bestimmen. Dazu verhilft die folgende Überlegung. Markiert man in der Flüssigkeit zwei Atome, denkt sich mit dem einen Atom mitwandernd und bringt am Ende einer Strecke r von diesem

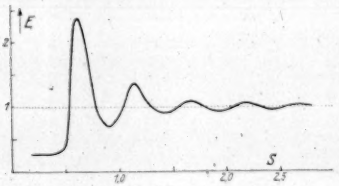


Fig. 1.

Zentralatom ein Volumelement dS an, so wird die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das zweite Atom mit seinem Mittelpunkt in dS ist, geschrieben werden können

$$W\frac{dS}{V}. \qquad (4)$$

Ist V das ganze zur Verfügung stehende Volumen, so würde $W = 1$ bedeuten, daß alle Abstände r gleichberechtigt sind. Im allgemeinen wird aber W von r abhängen. Gelingt es, diese Wahrscheinlichkeitsfunktion zu bestimmen, so wird damit die Struktur der Flüssigkeit beschrieben sein.

Man nehme nun zunächst W als bekannt an. Dann läßt sich zeigen, daß die Funktion $E(s)$ berechnet werden könnte nach der Formel

$$s[1-E(s)] = 2\frac{\lambda^3}{d^3}\int_0^\infty \varrho[1-W(\varrho)]\sin 2\pi s\varrho\, d\varrho. \qquad (5)$$

Als Variable ist hier nicht der Abstand r selbst, sondern das Verhältnis Abstand zur Wellenlänge

$$\varrho = \frac{r}{\lambda} \qquad (6)$$

gewählt. Die Größe d ist definiert durch den Ansatz

$$Nd^3 = V, \qquad (6')$$

d^3 ist also das einem Atom zur Verfügung stehende Volumen. Nun liegt aber der Fall umgekehrt. Bekannt ist nicht W als Funktion von ϱ, sondern E als Funktion von s. Mit Hilfe des Fourierschen Lehrsatzes läßt sich indessen (5) umkehren und man erhält

$$\varrho[1-W(\varrho)] = 2\frac{d^3}{\lambda^3}\int_0^\infty s[1-E(s)]\sin 2\pi\varrho s\, ds. \qquad (7)$$

Um aus der beobachteten Kurve $E(s)$ den Wert der Wahrscheinlichkeitsfunktion W für irgendeinen Wert des in Wellenlängen gemessenen Abstandes ϱ zu finden, braucht also nur die in (7) angedeutete Integration ausgeführt zu werden. Auf diese Möglichkeit haben schon Zernike und Prins[1]) hingewiesen; ihnen standen aber keine Intensitätskurven zur Verfügung, die sie hätten benützen können. Was bei der wirklichen Ausführung jener Vorschrift für W im Falle des Quecksilbers herauskommt, zeigt Fig. 2, in welcher die Abstände vom Zentralatom in Å angegeben sind. Zunächst ist klar, daß gewisse Abstände, etwa 3 Å, 5, 6 Å, 8, 11 Å usw. bevorzugt sind und Zwischenabstände durch das Atom möglichst vermieden werden. Die Kurve zeigt somit, daß selbst in der Flüssigkeit eine Art quasi-kristalline Struktur vorhanden ist und definiert diese Struktur mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitskurve quantitativ. So liest man z. B. aus der Kurve ab, daß der Abstand 3 Å etwa sechsmal wahrscheinlicher ist, als der Abstand 4 Å. Für kleine Abstände sollte man $W = 0$ erwarten. Die Integration nach (7) ergab statt dessen den gestrichelten Teil der Kurve. Die

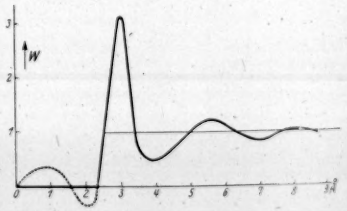


Fig. 2.

Abweichung erklärt sich daraus, daß zur Berechnung der W-Kurve für kleine Abstände gerade der Verlauf der E-Kurve für große Werte von s maßgebend wird. Die Intensitätsverteilung in den Maxima und Minima höherer Ordnungen ist aber experimentell nur weniger genau zu bestimmen. Im übrigen wird an der Verbesserung der Intensitätskurve, sowie an der Ausdehnung der Methode auf andere Stoffe, insbesondere solche mit Molekülen größerer Atomzahl, gearbeitet.

1) F. Zernike u. J. A. Prins, Zeitschr. f. Phys. **41**, 184, 1927. Man vergleiche insbesondere die Schlußbemerkungen dieser Arbeit.

Leipzig, Physik. Inst. der Universität, Juli 1930.

Erich Nähring, Die Totalreflexion der Röntgenstrahlen.

Die einfachste und bequemste Methode zur Bestimmung des Brechungsindex der Röntgenstrahlen ist die der Totalreflexion. Bekanntlich ist die Abweichung des Brechungsindex von Eins bestimmt durch den Grenzwinkel der Totalreflexion nach der Beziehung $\delta = {}^1/_2 \vartheta_0^2$, wo ϑ_0 der Grenzwinkel bedeutet. Diese Beziehung hat als theoretische Voraussetzung die Gültigkeit der Fresnelschen Reflexionsformel. Nach derselben fällt die Reflexionskurve an der Grenze der Totalreflexion sehr steil ab; siehe Fig. 2, für $k = 0$. Es ist dort das Reflexionsvermögen in Abhängigkeit von $q = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{\text{Glanzwinkel}}{\text{Grenzwinkel}}$ aufgetragen. Es ist daher leicht, hieraus den Grenzwinkel photographisch zu bestimmen. Dies gilt aber nur solange wie das reflektierende Medium durchsichtig ist. Für undurchsichtige Medien verläuft die Kurve flacher und es existiert kein eigentlicher Grenzwinkel mehr. Von einer bestimmten Absorption an gibt es überhaupt keine Totalreflexion mehr und die Reflexionskurve fällt schon von Null ab. Dieselben Verhältnisse liegen auch bei Röntgenstrahlen vor. Sie befinden sich hinsichtlich der Durchlässigkeit in einem Gebiet zwischen vollkommener Durchsichtigkeit wie Glas und vollkommener Undurchsichtigkeit wie Metall für optisches Licht. Diese Betrachtungen sind schon bald nach der Entdeckung der Totalreflexion der Röntgenstrahlen angestellt worden; vor allem haben sich J. A. Prins[1]) und R. Forster[2]) mit dieser Frage beschäftigt. Doch ist bis jetzt nie quantitativ geprüft worden, wie weit sich Übereinstimmung zwischen der von oben genannten Forschern entwickelten Formel und dem Experiment ergibt.

Eine besonders einfache Formel hat F. Jentzsch[3]) durch Übertragen der Formel der Metalloptik auf Röntgenstrahlen gefunden. Er geht aus von der bekannten Fresnelschen Formel

$$r_p = \frac{n^2 \cos\varphi - \sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}{n^2 \cos\varphi + \sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}.$$

Um der Absorption Rechnung zu tragen, muß man den Brechungsindex komplex ansetzen in der Form $s = n - i\varkappa$, wo $\varkappa$ der wellenoptische Absorptionsindex bedeutet. Dieser läßt sich leicht aus dem geometrischen Absorptionskoeffizienten nach der Beziehung $\varkappa = \frac{\mu \cdot \lambda}{4\pi}$ berechnen.

Setzen wir hier für $n = (1 - \delta) - i\varkappa$, so ergibt sich als Endresultat für das Verhältnis der reflektierten Intensität zur einfallenden

$$R = \frac{1 - aq + a^2/_2}{1 + aq + a^2/_2},$$

wo

$$a^2/_2 = q^2 - 1 + \sqrt{(q^2-1)^2 + k^2}$$

$$q = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{\vartheta}{\sqrt{2\delta}}$$

$$k = \frac{\varkappa}{\delta}.$$

Eine einfache Rechnung zeigt, daß die Komponente parallel der Einfallsebene gleich der senkrecht zu ihr ist, weshalb die Indexbezeichnung p und s fortgelassen werden kann.

Diese Formel gestattet nun, den Reflexionsverlauf für jedes Spiegelmaterial und für jede Wellenlänge leicht zu berechnen, wenn δ und $\varkappa$ gegeben sind. Doch ist es bis jetzt noch nicht gelungen, auch umgekehrt aus der Reflexionskurve δ und $\varkappa$ zu berechnen, abgesehen von einer Ausnahme, wie wir später sehen werden.

Die Prüfung der Formel mußte nun indirekt ausgeführt werden, d. h. es wurde untersucht, ob sich die experimentell gemessenen Werte mit den theoretischen in Übereinstimmung bringen lassen. Zu dem Zweck wählte ich ein Spiegelmaterial, für das die Dispersion eine normale in dem untersuchten Wellenlängengebiet ist, für das also die Drude-Lorentzformel gilt. Als solches ergab sich für 1,0 bis 2,4 A. E. Silber und auch besonders deshalb, weil für Silber die neusten Messungen des Absorptionskoeffizienten von J. Backhurst[1]) vorliegen.

Die experimentelle Untersuchung wurde folgendermaßen ausgeführt.

Ein an einem Kalkspat monochromatisierter Röntgenstrahl wurde auf 0,05 mm Breite ausgeblendet und an dem Silberspiegel reflektiert. Die reflektierte Intensität wurde dann in Abhängigkeit von der Spiegelstellung gemessen. Sehr große Sorgfalt wurde auf genaue Justierung von Stranlengang und Spiegel verwandt. Schwierigkeit machte die Bestimmung der Nullstellung des Spiegels. Nach zahlreichen Vorversuchen wurde schließlich folgender Weg gefunden: Der Spiegel wurde in einen beliebigen Winkel gedreht, und der reflektierte und der primäre Strahl photographisch aufgenommen. Aus den bekannten Entfernungen läßt sich daraus die Spiegelstellung genau bestimmen. Von dieser Anfangsstellung an wurde nun der Spiegel um je eine Minute weiter gedreht und jedesmal die reflektierte Intensität ionometrisch gemessen. Es ergab sich dann eine Intensitätsverteilung in Ab-

1) J. A. Prins, Zeitschr. f. Phys. **47**, 479, 1928.
2) R. Forster, Helv. Phys. Acta **1**, 18, 1928.
3) F. Jentzsch, Physik. Zeitschr. **30**, 268, 1929; siehe auch E. Nähring, Physik. Zeitschr. **31**, 406, 1930.

1) J. Backhurst, Phil. Mag. (7) **7**, 353, 1929

hängigkeit von dem Glanzwinkel, wobei fürs erste die Y-Ordinate in beliebigem Maß angegeben ist. Die Kurve gibt also jetzt noch nicht die gesuchte Reflexionskurve an. Um dieses zu gewinnen, wurde δ nach der Drude-Lorentz-formel für die betreffende Wellenlänge berechnet und aus δ und dem experimentell bestimmten Absorptionskoeffizienten die Reflexionskurve nach obiger Formel gefunden. Die Berechnung von δ geschah nach der Formel

$$\delta = \frac{e^2}{2\pi m c^2} \cdot \frac{s}{A} \sum \frac{Z \cdot \lambda_j^2 \lambda^2}{\lambda_j^2 - \lambda^2}$$

$$\delta = 0{,}2638 \left[\frac{2 \cdot 0{,}485^2 \cdot \lambda^2}{0{,}485^2 - \lambda^2} + \frac{2 \cdot 3{,}260^2 \cdot \lambda^2}{3{,}260^2 - \lambda^2} + \frac{2 \cdot 3{,}505^2 \cdot \lambda^2}{3{,}505^2 - \lambda^2} + \frac{4 \cdot 3{,}684^2 \cdot \lambda^2}{3{,}684^2 - \lambda^2} + 37 \cdot \lambda^2 \right].$$

Bei einem bestimmten Winkel wurde die gemessene Intensität gleich der theoretischen gesetzt und sämtliche gemessenen Werte danach umgerechnet. Dies ergab die wirkliche Reflexionskurve.

Ein Vergleich der theoretischen Kurve mit den experimentell bestimmten Werten zeigt, daß

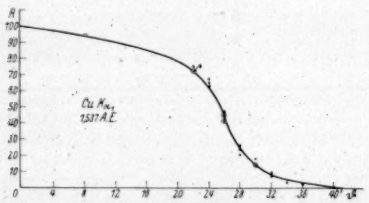


Fig. 1.

die experimentellen Werte innerhalb der Meßgenauigkeit mit den theoretischen zusammenfallen; siehe z. B. Fig. 1, eine der so erhaltenen Kurven für $\lambda = 1{,}537$ A.E. (Cu-K_{α_1}).

Hier stellt die ausgezogene Kurve die theoretisch berechnete Reflexionskurve dar, während die gemessenen Werte als Punkte aufgetragen sind. Die mit einem Kreis umgebenen Werte sind zweimal gemessen. Der mit einem Fähnchen markierte Punkt ist der Bezugspunkt.

So wurde mit den Wellenlängen Wo-$L_{\beta_1} = 1{,}242$, Wo-$L_{\beta_1} = 1{,}279$, Wo-$L_{\alpha_1} = 1{,}473$, Cu-$K_{\alpha_1} = 1{,}537$ und Cr-$K_{\alpha_1} = 2{,}358$ A.E. geprüft. In allen Fällen ergab sich innerhalb der Meßgenauigkeit Übereinstimmung.

Welche Bedeutung hat nun diese Formel und ihre quantitative experimentelle Prüfung?

Sehen wir uns die Reflexionskurven in Abhängigkeit von der Absorption (Fig. 2) an, so zeigt sich, daß es bei großer Absorption nicht möglich ist, δ durch Totalreflexion zu bestimmen. Andere Methoden wie Ablenkung am Prisma versagen auch wegen der großen Absorption; die Bestimmung von δ aus der Abweichung vom Braggschen Gesetz ist nur bei Kristallen möglich. So gäbe es also keine Bestimmung von δ für langwellige Röntgenstrahlen. Doch unter bestimmten Bedingungen ermöglicht obige Formel seine Messung. Wie die Kurve Fig. 2 zeigt, schneiden die verschiedenen Reflexionskurven die Ordinate in $q = 1$, also an der Stelle des Grenzwinkels, bei etwa $R_0 = 20$, wenn die Absorption oder genauer gesagt k groß ist, während für kleinere k der Schnittpunkt bedeutend höher

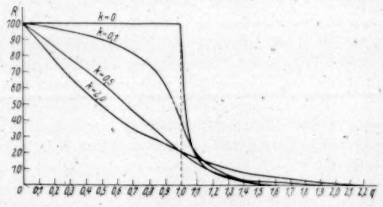


Fig. 2.

liegt. Genauer zeigt Fig. 3 diese Abhängigkeit. Hier sind die R_0-Werte für $q = 1$ in Abhängigkeit von k aufgetragen. In dem Bereich von 0,0 — 0,4 fällt die Kurve steil ab, um dann von etwa 0,5—1,8 ein Minimum von $R_0 = 17$ bis 18 Proz. erreicht zu haben. Zeigt nun eine ungefähre Überschlagsrechnung, daß für die untersuchende Wellenlänge k zwischen 0,5 und 2,0 liegt, so wissen wir, daß $R_0 = 18$ Proz. ist. Wir

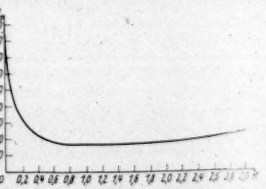
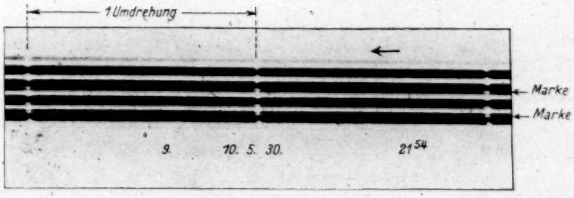


Fig. 3.

brauchen also nur die Reflexionskurve zu messen, und es entspricht dann der Reflexion 18 Proz. der theoretische Grenzwinkel, woraus sich dann leicht δ berechnen läßt. So ist z. B. bei Silber für 5 A. E. δ ungefähr $191 \cdot 10^{-6}$, $\varkappa$ etwa $250 \cdot 10^{-6}$ und k also 1,3. Es muß daher $R_0 = 18$ Proz. sein. Es ist an Hand der obigen Formel somit



Registrierung der Interferenzstreifen beim Michelson-Interferometer.

möglich, unter bestimmten Bedingungen auch für langwellige Röntgenstrahlen δ zu bestimmen.

Erwähnt sei noch, daß gleichzeitig J. Thibaud[1]) dieselben Betrachtungen angestellt hat. Er kommt formal, abgesehen von kleinen Umstellungen, zu derselben Formel und weist ihre Gültigkeit an Messungen von Dershem[2]) bei $\lambda = 44{,}6$ A. E. nach. Es ist somit also auch die Gültigkeit obiger Formel für lange Wellen bewiesen.

Diese Untersuchung wurde mit Unterstützung der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft ausgeführt, weshalb ihr hier der verbindlichste Dank ausgesprochen sei.

1) J. Thibaud, Journ. de phys. et le Radium (7) **1**, 37, 1930.
2) E. Dershem, Phys. Rev. **34**, 1015, 1929.

Jena, Institut für wissenschaftliche Mikroskopie und angewandte Optik, Juli 1930.

G. Joos (Jena), Die Jenaer Wiederholung des Michelson-Versuchs. (Mit Tafel XXVI.)

Nachdem durch die Mitteilungen von D. Miller[1]) Zweifel am Ergebnis dieses grundlegenden Versuchs aufgetaucht waren, wurde von der Firma Carl Zeiß unter Leitung des Verf. eine Wiederholung dieses Versuchs in Angriff genommen. Das gesteckte Ziel war, bei einem großen Lichtweg (21 m), der bei Vorhandensein des Millerschen Effektes eine gut beobachtbare Streifenverschiebung gewährleistet, photographische Registrierungen der Interferenzstreifen zu erhalten, welche auch noch kleine Schwankungen objektiv nachzuweisen gestatten. Die genaue Beschreibung des Apparats erfolgt an anderer Stelle. Hier sei nur folgendes erwähnt: Das Spiegelsystem war auf einem Kreuz montiert, das aus 4 großen Platten geschmolzenen Quarzes zusammengesetzt war und das zur Verminderung der Übertragung von Erschütterungen an einer großen Zahl von Federn an einem drehbaren Rahmen aufgehängt war. Das Ganze war noch von Aluminiumwänden umhüllt. Die Interferenzstreifen wurden wegen des guten Reflexionsvermögens des Silbers für grünes Licht mit der *Hg*-Linie 5461 A. E. erzeugt. Sie wurden mittels eines Hohlspiegels auf die in der Drehachse liegende Platte abgebildet. Am Ort der Interferenzen waren außerdem als Nullmarken 3 Drähte gespannt, die gleichzeitig mit den Streifen abgebildet wurden. Senkrecht zu den Streifen war nun ein schmaler Spalt angebracht, welcher ein wenige Zehntelmillimeter breites Stück ausblendete und vor dem die Platte während der Rotation des Apparates vorbeilief. Die Figur gibt eine so erzeugte Registrierung wieder. Die im Negativ hellen senkrechten Striche sind durch eine kurzdauernde Abblendung der Lampe erzeugt und markieren eine bestimmte Stellung des Interferometers. Zwischen zwei solchen Strichen hat daher eine Umdrehung stattgefunden. Wäre ein „Ätherwind"-Effekt vorhanden, so müßten die Interferenzen während einer Umdrehung eine doppelte Sinusschwingung beschreiben, da es sich ja um einen quadratischen Effekt handelt. Mit dem Auge, das für Krümmungen von fast geraden Kurven sehr empfindlich ist, ist jedenfalls nicht die Spur zu erkennen.

Um aber eine obere Grenze für einen noch möglichen Effekt angeben zu können, wurden die Aufnahmen an 8 Stellen quer photometriert und der Abstand der Maxima und Minima der Schwärzung von den Nullmarken gemessen. Die Schwankungen überstiegen bei den einzelnen Aufnahmen nie 5 Tausendstel Streifenbreite. Nahm man das Mittel aus den beiden Hälften der Umdrehung und aus zwei aufeinanderfolgenden Aufnahmen, so blieben sie meist unter 2 Tausendstel. Daß auch diese Größen nichts mit einem reellen Effekt zu tun haben, ergibt sich daraus, daß bei einer über 24 Stunden erstreckten Serie von Aufnahmen, diese Schwankungen keinen Gang zeigen, wie er aus der Ätherwindtheorie zu erwarten wäre. Man kann also mit Sicherheit sagen, daß der Effekt kleiner als 1 Tausendstel Streifenbreite sein muß im Gegensatz zu D. Miller, der beim anderthalbfachen Lichtweg bis zu $^1/_{10}$ Streifenverschiebung kam. Nachdem Miller seine ursprüngliche Behauptung, daß der positive Effekt nur in der Höhe vorhanden sei, zurückgezogen hat und er das positive Ergebnis auch im Tiefland beobachtet, dürfte er durch die Jenaer Versuche, die zum erstenmal Registrierungen, also von jedermann nachprüfbare Urkunden lieferten, endgültig widerlegt sein.

1) Zusammenfassender Bericht und Diskussion, Astrophys. Journ. **68**, 1, 1928.

Cl. Schaefer, F. Matossi und H. Aderhold, Die Polarisation der Ramanstrahlung in Kristallen.

Es wurde die Polarisation der an Kalkspat, Natriumnitrat und Gips gestreuten Ramanstrahlung beobachtet.

Zur Beschreibung der Versuchsergebnisse führen wir folgendes Koordinatensystem ein: x-Achse = Einstrahlungsrichtung, y-Achse = Beobachtungsrichtung, z-Achse = Lot auf der Einfallsebene. Das Primärlicht (Quarz-Quecksilber-Lampe) war unpolarisiert. Die Streukörper waren Würfel von ca. 1 cm Kantenlänge aus Kalkspat

Kalkspat und Natronsalpeter.

	Optische Achse parallel			Beobachter
	x	y	z	
7 μ, 9 μ, 14 μ	$\varrho = 0$	$\varrho < 1$	$\varrho > 1$ ($CaCO_3$) $\varrho = \infty$ ($NaNO_3$)	Schaefer, Matossi, Aderhold
9 μ	$\varrho = 0$	—	$\varrho = 0$	Cabannes
7 μ, 14 μ	$\varrho = 1$	—	$\varrho = \infty$	
9 μ	$\varrho = 0$	$\varrho = 0$	$\varrho = 0$	Theorie (Leontowitsch)
7 μ, 14 μ	$\varrho = 0$ oder ∞	$\varrho = 0$ oder 1	$\varrho = 0$ oder 1	
35 μ, 65 μ	$\varrho > 1$	$\varrho < 1$	$\varrho < 1$ ($CaCO_3$) $\varrho = 1$ ($NaNO_3$)	Schaefer, Matossi, Aderhold
35 μ, 65 μ	$\varrho > 1$	—	$\varrho > 1$	Cabannes

und Natronsalpeter, bei denen die optische Achse parallel einer Würfelkante orientiert war. Von Gips wurde ein quaderförmig geschliffenes Stück benutzt; die optische Normale war parallel einer Kante. Als Analysator diente ein Kalkspatprisma, welches die Intensitäten J_x bzw. J_z der parallel x bzw. z schwingenden Komponenten trennte. Im Spektrograph erhielt man so auf der photographischen Platte übereinander die Spektrogramme für die beiden Komponenten.

In der obenstehenden Tabelle sind die beobachteten Werte von $\varrho = \frac{J_x}{J_z}$ mitgeteilt. Es sei dazu bemerkt, daß Cabannes[1]) für Kalkspat z. T. andere Werte beobachtet hat, was wahrscheinlich auf die Benutzung eines 30°-Prismas als Streukörper zurückzuführen ist.

Ferner sind in die Tabelle die aus der Theorie von Mandelstam, Landsberg und Leontowitsch[2]) unter Voraussetzung trigonaler Symmetrie abgeleiteten Werte nach Leontowitsch[3]) eingetragen. Die Diskrepanzen, die sich hier zwischen Theorie und Beobachtung ergeben, können behoben werden, wenn man annimmt, daß die CO_3-Gruppe als gleichschenkliges Dreieck ausgebildet ist, wie es schon auf Grund der Ultrarotmessungen früher gefordert wurde[4]). (Näheres hierüber siehe in einer demnächst in der Zeitschr. f. Phys. erscheinenden Mitteilung von F. Matossi.)

Bei Gips ist bemerkenswert, daß für die inaktive Frequenz bei 10 μ sich überall $\varrho \ll 1$ ergibt, was mit der Annahme eines schwach verzerrten Tetraeders für die Gestalt der SO_4-Gruppe gut zu vereinbaren ist. Ferner ist hervorzuheben, daß die beiden Linien des Kristallwassers verschiedene Polarisation besitzen. Eine ausführliche Mitteilung über die besprochenen Versuche wird in der Zeitschr. f. Phys. erscheinen.

Gips

	Optische Normale parallel			
	x	y	z	
2,86 μ	$\varrho = \infty$	Linie fehlt	$\varrho = 0$	Kristallwasser
2,95 μ	$\varrho = 0$	$\varrho = 1$	Linie sehr schwach ($\varrho = \infty$)	
9 μ	$\varrho = 1$	$\varrho < 1$	$\varrho \gg 1$	
10 μ	$\varrho \ll 1$	$\varrho \ll 1$	$\varrho \ll 1$	
15 μ, 16 μ	$\varrho \gg 1$	$\varrho < 1$	$\varrho = 1$	
20 μ, 24 μ	$\varrho \ll 1$	$\varrho < 1$	$\varrho \ll 1$	

Breslau, im Juli 1930, Physikalisches Institut der Universität.

1) J. Cabannes, Transact. of the Faraday Soc. 813, 1929.

2) L. Mandelstam, G. Landsberg und M. Leontowitsch, Zeitschr. f. Phys. **60**, 334, 1930.

3) M. Leontowitsch, Zeitschr. f. Phys. **61**, 548, 1930.

4) Cl. Schaefer, F. Matossi und F. Dane, Zeitschr. f. Phys. **45**, 493, 1927.

K. Schnetzler (Jena), Untersuchungen an Linienspektren von Kristallen.

1. Das Absorptionsspektrum des Kaliumpermanganats.

Mischkristalle von $KMnO_4$ mit $KClO_4$ mit einem Gehalt von etwa $^1/_{100}{}^0/_{00}$ $KMnO_4$ zeigen bei der Temperatur der flüssigen Luft das bekannte Absorptionsspektrum des MnO_4-Ions zwischen 6000 und 4000 Å. aufgelöst in sieben äquidistante Dubletts mit einer Wellenzahldifferenz von 767 cm^{-1}. Dies entspricht einer Eigenschwingung des MnO_4 Radikals von 13,0 μ. Das Intensitätsverhältnis im Dublett ist etwa 2 : 1, wobei die kurzwelligere Komponente die schwächere ist. Es läßt sich nicht etwa durch Zuord-

nung der einzelnen Komponenten zu ordentlichem und außerordentlichem Strahl deuten, das Dublett dürfte vielmehr auf einem doppelten Elektronenterm beruhen.

2. Der Zeemaneffekt des Kaliumchromselenats.

Dieser regulär kristallisierende Alaun zeigt trotz völliger optischer Isotropie starke Abhängigkeit der magnetischen Aufspaltung von der Orientierung, wobei bald die σ-Komponente, bald die π-Komponente stärker beeinflußt wird. Maßgebend scheint nicht die optische Symmetrie, sondern die des Gitters selbst zu sein.

Ausführlicher Bericht erscheint demnächst in der Zeitschr. phys. Chem. (B).

G. Podolanski (Jena), Die Polarisation zweier Wasserstoffatome im Grundzustand.

Die Wechselwirkung zweier Wasserstoffatome im Grundzustand wurde nach der Wellenmechanik erstmalig berechnet von Heitler und London[1]). Sie fanden als Folge der Durchdringung der Ladungswolken zwei Wechselwirkungsarten, die der chemischen Bindung bzw. der elastischen Reflexion entsprechen und beide exponentiell abklingen.

Auf Veranlassung von Herrn Prof. Joos wurde versucht, für die Wechselwirkungsenergie eine höhere Näherung zu berechnen, die insbesondere auch den Polarisationsterm liefern sollte, d. h. Glieder, die mit einer Potenz der reziproken Entfernung verschwinden. Das gelang mit Hilfe des Ritzschen Verfahrens, das sich in ähnlichen Fällen als sehr brauchbar erwiesen hatte.

Kurz vor Beendigung der Rechnung erschien die Arbeit von Eisenschitz und London[2]), die die homöopolaren Bindungskräfte mit Hilfe der Schrödingerschen Störungstheorie behandelt. Vor dieser hat unsere Berechnung den Vorteil der Einfachheit und Durchsichtigkeit. In den Resultaten decken sich beide Arbeiten.

Das hier angewandte Verfahren stützt sich bekanntlich auf das zu der Differentialgleichung gehörige Variationsproblem, das für die Wellenmechanik lautet

$$\delta \int \left\{ \frac{1}{2m} \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 (\operatorname{grad} \Psi \cdot \operatorname{grad} \Psi^*) + \Psi V \Psi^* \right\} d\tau = 0 \qquad (1)$$

mit der Nebenbedingung

$$\int \Psi \Psi^* d\tau = 1 . \qquad (2)$$

Das Integral (1) stellt die Energie dar.

Nach Ritz führt man nun das Variationsproblem auf eine gewöhnliche Minimumaufgabe zurück, indem man für Ψ eine Entwicklung nach zulässigen Vergleichsfunktionen ansetzt und die Koeffizienten der Entwicklung so bestimmt, daß das Variationsintegral einen Extremwert annimmt.

Ausgangspunkt jeder Lösung bleibt natürlich die von Heitler und London gefundene nullte Näherung für die Eigenfunktion

$$\Psi = C (\psi_1 \varphi_2 \pm \psi_2 \varphi_1) , \qquad (3)$$

wobei ψ und φ die Eigenfunktionen des ungestörten Wasserstoffatoms, bezogen auf den einen oder andern Kern, sind, und der Index die Nummer des beteiligten Elektrons angibt.

Als sehr fruchtbar erwies sich der Gedanke, nicht Ψ — die Eigenfunktion des Gesamtsystems — selbst explizite zu erweitern, sondern die Form (3) beizubehalten und die Eigenfunktion des Einzelatoms ψ bzw. φ zu „stören". Für ψ wurde der Ansatz gemacht

$$\psi = \sum_{l,m} c_l^m (r) P_l^m (\cos \vartheta) e^{im\varphi} , \qquad (4)$$

wobei die $c_l^m (r)$ die Form haben: Polynom $(r) \cdot e^{-kr}$. Die Koeffizienten der Polynome sowie die k wurden durch die Minimalbedingung (1) bestimmt.

Es ergab sich in Übereinstimmung mit Eisenschitz und London für die Polarisationsenergie eine Entwicklung nach negativen Potenzen der Entfernung, die mit dem Glied R^{-6} beginnt.

Weiter konnte bestätigt werden, daß nur interkombinationsfähige Terme einen Beitrag zur Polarisation liefern.

Schließlich ergab sich auch die Größe des variablen Dipols in hinreichender Übereinstimmung mit Eisenschitz und London. Durch Hinzunahme weiterer Glieder der Entwicklung (4) kann das induzierte Dipolmoment mit beliebiger Genauigkeit bestimmt werden.

H. Lucas (Jena), Zur quantitativen Spektralanalyse der Alkalien.

Die üblichen Methoden der quantitativen Spektralanalyse benutzen als Kriterium für eine bestimmte Konzentration die Intensitätsgleichheit zweier Linien von Grund- und Zusatzsubstanz. Bei der Bestimmung des Mischungsverhältnisses von *Na* und *K* sind aber diese Methoden wegen der Linienarmut beider Elemente nicht ohne weiteres anwendbar. Dem Übelstand der geringen Auswahl an Linien kann nun bis zu einem gewissen Grade durch stufenweise Abschwächung abgeholfen werden, derart, daß als

1) Zeitschr. f. Phys. **44**, 455, 1927.
2) Zeitschr. f. Phys. **60**, 491, 1930.

Kennzeichen einer bestimmten Konzentration nicht die Gleichheit, sondern ein bestimmtes Intensitätsverhältnis genommen werden kann.

Durch Vergleich mit einer Lichtquelle bekannter Intensitätsverteilung (Kohlebogen) wurde unter Benutzung der Hansenschen[1]) Stufenblendenanordnung und des lichtelektrischen Registrierphotometers stets das wahre Intensitätsverhältnis ermittelt.

Die Untersuchung beschränkte sich auf den Lichtbogen zwischen salzgefüllten Kohleelektroden und den Funken zwischen Flüssigkeitsoberflächen.

Lichtbogen. Der Lichtbogen wurde stigmatisch auf den Spalt des Spektrographen abgebildet und jede Linie in Abständen von 1 mm senkrecht zur Spaltrichtung photometriert. Es ergab sich eine starke Abhängigkeit nicht nur der absoluten Intensität, sondern auch des Intensitätsverhältnisses von *Na*- und *K*-Linien von der Entfernung der leuchtenden Zone von den Elektroden. Die Anregung ist in der Nähe der Anode am stärksten und hat im mittleren Teil ein Minimum. In der Mitte, also im Bereich niedriger Temperatur und niederer Elektronengeschwindigkeit überwiegt das leichter anzuregende Element *K*, was den allgemeinen Vorstellungen über die Anregungsvorgänge durchaus entspricht.

Um eine Konstanz des Lichtbogens für eine quantitative Spektralanalyse zu erzielen, sind daher folgende Bedingungen notwendig:

1. Benutzung der gleichen Bogenzone,
2. Einhaltung der Bogenlänge,
3. Konstantheit von Stromstärke und Spannung.

Unter Einhaltung dieser Forderungen wurde der Bogen auf die Reproduzierbarkeit der Anregungsbedingungen untersucht.

Vergleicht man das Intensitätsverhältnis von Linien, deren obere Terme annähernd die gleiche Anregungspannung haben, aber Glieder verschiedener Serien sind, so zeigt es sich, daß diese innerhalb der Meßgenauigkeit konstant sind. Hier ergibt sich für:

$$K: \frac{2^2P - 4^2S}{2^2P - 5^2D} = \frac{5802\ \text{AE}}{5832\ \text{AE}} = 1{,}82$$

mit einer maximalen Abweichung von 9,3 Proz. und

$$K: \frac{2^2P - 6^2D}{2^2P - 5^2S} = \frac{5364\ \text{AE}}{5340\ \text{AE}} = 1{,}22$$

mit einer maximalen Abweichung von 4,1 Proz.

Dagegen ergaben solche Linien, deren Ausgangsniveaus sehr verschieden hoch liegen, ein von den Betriebsbedingungen stark abhängiges Intensitätsverhältnis. Dazu gehören auch Linien derselben Serie. Es betrug für:

$$K: \frac{2^2P - 6^2D}{2^2P - 5^2D} = \frac{5359\ \text{AE}}{5832\ \text{AE}}$$

bei einem Mittelwert von 0,445
die maximale Abweichung 27 Proz.

$$Na: \frac{2^2P - 4^2D}{2^2P - 5^2D} = \frac{5688\ \text{AE}}{4983\ \text{AE}}$$

bei einem Mittelwert von 1,16
die maximale Abweichung 23 Proz.

$$Na: \frac{2^2P - 4^2D}{2^2P - 6^2D} = \frac{5688\ \text{AE}}{4669\ \text{AE}}$$

bei einem Mittelwert von 1,94
die maximale Abweichung 39 Proz.

$$Na: \frac{2^2P - 5^2D}{2^2P - 6^2D} = \frac{4983\ \text{AE}}{4669\ \text{AE}}$$

bei einem Mittelwert von 1,73
die maximale Abweichung 23 Proz.

Dies deckt sich mit der vielfach beobachteten Tatsache, daß der Intensitätsabfall in einer Serie in hohem Grade von den Anregungsbedingungen abhängig ist. Die Konstanz dieser Anregungsbedingungen ist im Lichtbogen auch bei peinlicher Einhaltung der Versuchsbedingungen nur in gewissen Grenzen zu erreichen. Die Inkonstanz der Anregungsbedingungen macht sich noch in viel stärkerem Maße bei den Intensitätsverhältnissen von Linien verschiedener Elemente bemerkbar. Die maximale Abweichung beträgt 50 Proz. des Mittelwertes. Trotz dieser großen Schwankungen ist eine deutliche Abhängigkeit des Intensitätsverhältnisses von der Konzentration festzustellen.

Eine wesentliche Verbesserung wurde dadurch erreicht, daß man nach dem Vorgang von Gerlach[1]) die oben erwähnten empfindlichen Linien desselben Elementes als Kontrolle für die Anregung benutzt und nur solche Aufnahmen berücksichtigt wurden, bei denen die Intensitätsverhältnisse dieser empfindlichen Linien die gleichen sind. Die so ermittelten Intensitätsverhältnisse ergeben in Abhängigkeit von der Konzentration Kurven, die einen annähernd linearen Zusammenhang erkennen lassen. Aus den Abweichungen dieser Meßpunkte bei Mischungsverhältnissen bis zu 1 : 3 ist auf eine maximale Fehlergrenze von 20—25 Proz. zu schließen.

Funke. Für das Funkenspektrum von *Na* und *K* ist das starke Zurücktreten der Nebenserien charakteristisch. Das Intensitätsverhältnis

1) G. Hansen, Zeitschr. f. Phys. **29**, 356, 1924.

1) W. Gerlach u. E. Schweitzer: Die chemische Emissionsspektralanalyse. Leipzig. Leopold Voss 1930.

zwischen Haupt- und Nebenserie im Bogen und Funken ergab sich wie 1 : 100. Dabei muß die Frage offen bleiben, ob diese Erfahrungstatsache wirklich durch die verschiedenen Anregungsbedingungen hervorgerufen ist, oder ob nicht im Bogen wegen des dichteren Dampfes eine so viel größere Schwächung der Resonanzlinien durch Selbstabsorption eintritt.

Wegen der geringen Intensität der Nebenserienlinien können, wenn man nicht endlose Belichtungszeiten in Kauf nehmen will, nur die Intensitäten der Resonanzlinien verglichen werden. Die Genauigkeit der Konzentrationsbestimmung entspricht dabei etwa der des durch empfindliche Linien kontrollierten Bogens.

M. Herzberger (Jena), Über nahfeldscharfe Abbildung.

Die Erfüllung der Abbeschen Sinusbedingung gewährleistet eine Abbildung eines kleinen achsensenkrechten Flächenelements nur bis auf Größen der zweiten Ordnung; es wird nichts darüber ausgesagt, ob es auch nur ein Element fester Krümmung gibt, das bis auf Größen dritter Ordnung exakt abgebildet wird. Ein Beispiel dafür, daß ein solches Element nicht zu existieren braucht, bildet der Mittelpunkt einer Kugelfläche. Hier ist die Sinusbedingung sicher erfüllt, trotzdem gibt es wegen der Mittelpunktsymmetrie sicher kein Flächenelement durch den Kugelmittelpunkt, das mit einer solchen Genauigkeit abgebildet wird.

Auf der Suche nach derartigen Bedingungen hilft folgende Überlegung: Bei Brechungen an einer einzelnen Fläche wird letztere scharf durch Bündel endlicher Öffnung auf sich selbst abgebildet, und zwar mit der Vergrößerung $\beta' = 1$. Die Sinusbedingung

$$n'\beta' \sin u' = n \sin u \qquad (1)$$

ist natürlich für alle Strahlen durch den Flächenscheitel erfüllt; sie geht hierbei einfach in das Brechungsgesetz über:

$$n' \sin u' = n \sin u, \qquad (1a)$$

u, (u') sind die Winkel des Objekt (Bild)strahls mit der Systemachse; n, (n') die Brechungsexponenten.

Für Brechung an einer Einzelfläche geben aber die Youngschen Formeln das Gesetz der nächst höheren Ordnung. Seien t, (s) bzw. t' (s') die Entfernungen zweier tangential (sagittal) zugeordneter Punkte vom Flächenscheitel, u, u' die Winkel mit der Systemachse, R der Krümmungsradius im Scheitel, so gilt

$$\frac{n'\cos^2 u'}{t'} - \frac{n\cos^2 u}{t} = \frac{n'\cos u' - n\cos u}{R}$$
$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'\cos u' - n\cos u}{R}. \qquad (2)$$

Die Verallgemeinerung dieser Formeln auf den Fall, daß zwei Flächenelemente der Krümmung $\frac{1}{R}$ bzw. $\frac{1}{R'}$ bis auf Größen höherer als der zweiten Ordnung, also, wie wir sagen wollen, nahfeldscharf, aufeinander abgebildet werden, gelang meinem Kollegen H. Boegehold und mir. Wir fanden als notwendige und hinreichende Bedingungen, daß, von t und s unabhängig, für zugeordnete Punkte gelten muß:

$$\frac{n'\cos^2 u'}{t'}\beta'^2 - \frac{n\cos^2 u}{t} = \frac{n'\cos u'}{R'}\beta'^2 - \frac{n\cos u}{R} + C$$
$$\frac{n'}{s'}\beta'^2 - \frac{n}{s} = \frac{n'\cos u'}{R'}\beta'^2 - \frac{n\cos u}{R} + C. \qquad (2a)$$

Der Wert der für alle Strahlen durch Objekt und Bildmitte konstanten Größe C ergab sich zu

$$C = -\frac{n'}{R'}\beta'^2 + \frac{n}{R} + \frac{n'}{f'}\beta'. \qquad (3)$$

Für die Ableitung vergleiche die ausführliche Darstellung, die in der Zeitschr. f. ang. Math. demnächst erscheint.

Durch Subtraktion der beiden Gleichungen leitet man ab

$$n'\beta'^2\left(\frac{\cos^2 u'}{t'} - \frac{1}{s'}\right) = n\left(\frac{\cos^2 u}{t} - \frac{1}{s}\right). \qquad (4)$$

Gleichung (4) wurde zuerst von Lihotzky aufgestellt. Sie ist notwendig, aber nicht hinreichend für nahfeldscharfe Abbildung. Ist sie allein erfüllt, so kann man jedoch nachweisen, daß die dem Nachbarpunkt entsprechende Kaustik rotationssymmetrisch ist.

Alle obigen Behauptungen setzen selbstverständlich voraus, daß der Achsenpunkt sphärisch und auf Sinusbedingung korrigiert ist.

Es interessiert noch die Frage, wieviel Punkte höchstens nahfeldscharf korrigiert sein können.

Hierauf gibt eine Verallgemeinerung der Seidelschen Theorie Auskunft, die Verfasser erst in seinem demnächst in der Sammlung Courant erscheinenden Buch bringen will.

Die Abhängigkeit der Seidelschen Fehler von der Blendenlage ist längst bekannt. Seltsamerweise ist aber die Abhängigkeit von der Objektlage noch nie untersucht.

Die Untersuchung gibt folgende Resultate: Für nicht brennpunktlose Systeme ist die sphärische Abweichung bei fester Blende eine ganze

rationelle Funktion vierter Ordnung der Dingvergrößerung allein, die Sinusbedingung eine Funktion dritter Ordnung, der Astigmatismus eine Funktion zweiter Ordnung.

Daraus ergibt sich: ein (nicht brennpunktloses) System hat höchstens drei im Seidelschen Gebiet aplanatische Punkte.

Es gibt aber Systeme mit drei (nicht nur im Seidelschen Gebiet) aplanatischen Punkten, nämlich die einzelne Kugelfläche, für die der Scheitel, der Mittelpunkt und der aplanatische Punkt unsere Bedingung erfüllen.

Ebenso folgt aus der obigen Theorie: Es gibt höchstens Systeme mit zwei nahfeldscharfen Punkten.

Auch hier gibt die einzelne Kugelfläche ein Beispiel. Scheitel und aplanatischer Punkt werden im Gegensatz zum Kugelmittelpunkt auch nahfeldscharf abgebildet. Die obige Theorie lehrt übrigens, daß in einem solchen Fall zwischen den Vergrößerungen der beiden nahfeldscharf abgebildeten Punkte die merkwürdige Beziehung

$$\beta_1' \beta_2' = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \qquad (5)$$

bestehen muß.

Die Behandlung der brennpunktlosen Systeme lehrt auch nichts Neues; nur kann hier der beim ebenen Spiegel realisierte Fall einer kollinearen Abbildung des ganzen Raumes mit der Vergrößerung $\pm \frac{n'}{n}$ eintreten.

Als Nebenergebnis läßt sich aus unserer Untersuchung im Gegensatz zu oft geäußerten Meinungen die bevorzugte Bedeutung der Kugelfläche für die optische Abbildung erschließen.

Fritz Weigert (Leipzig), Eine neue Gruppe von Lichtwirkungen.

Als „Normale photochemische Vorgänge" sollen diejenigen zusammengefaßt werden, deren Verlauf im wesentlichen durch das Einsteinsche photochemische Äquivalenzgesetz geregelt wird. Ihre charakteristischen Kennzeichen sind: Proportionalität des Verlaufs mit Intensität und absorbierter Energie, kein Einfluß von Temperatur und Wellenlänge bei gleicher absorbierter Energie (abgesehen von der Größe der Quanten), kein Schwellenwert, additive Wirkung verschiedener Wellenlängen in gemischtem Licht. Die „Anomalen Prozesse" sind durch ausgesprochene Abweichungen von diesen Kennzeichen der normalen Vorgänge charakterisiert. Ihr wichtigster Vertreter ist der photographische Prozeß, aber auch das Ausbleichen der Farbstoffe, biologische Lichtwirkungen und die phototropen Erscheinungen gehören dazu. Die anomalen Vorgänge zeigen in den meisten untersuchten Fällen den vom Vortr. aufgefundenen „Photodichroismus" bei Erregung mit linear polarisiertem Licht und qualitativ verschiedene Effekte der Farben, die als „Farbentüchtigkeit" zusammengefaßt werden. Das vorliegende große quantitative Material macht es sehr wahrscheinlich, daß die Art der Elementarteilchen der Systeme bei beiden Gruppen von Lichtwirkungen verschieden ist. Bei den normalen Vorgängen werden die einzelnen absorptionsfähigen Moleküle beansprucht, es liegen „Photomolekularprozesse" vor. Die anomalen Erscheinungen sind dagegen „Photomizellarprozesse". Hier ist das Elementarteilchen eine aus sehr vielen Molekülen zusammengesetzte Mizelle. Die Tatsache, daß in einer einzigen Mizelle alle Spektralgebiete und alle Schwingungsrichtungen absorbiert werden können, erklärt die charakteristischen Erscheinungen der Photomizellarprozesse[1]).

1) Experimenteller Nachweis in der Serie: Photodichroismus in Photoanisotropie, I—VII. Mitt., Zeitschr. f. Phys. Chem. (B), Bd. 3—9, 1929—1930. Dort auch Hinweis auf frühere Versuche. Anwendung der Mizellarvorstellung auf die Theorie des latenten photographischen Bildes: Zeitschr. f. wiss. Photogr. **29**, (Schaum-Band), 1930.

R. Hermann (Leipzig), Widerstand von Platte und Rohr bei hohen Reynoldsschen Zahlen.

(Eine ausführliche Darstellung findet man unter: L. Schiller und R. Hermann, Ingenieur-Archiv 1, voraussichtlich Heft 4, 1930, Verlag J. Springer, Berlin.)

Prandtl und v. Kármán[1]) haben vor mehreren Jahren einen Weg gezeigt, wie man vom Widerstand eines durchströmten Rohres zu dem einer parallel zu ihrer Ebene angeströmten Platte gelangen kann. Der Grundgedanke ist der, daß man nach Gedankengängen der Prandtlschen Grenzschichttheorie Geschwindigkeitsverteilung und Reibungswiderstand an jeder Stelle der Platte gleichsetzt den entsprechenden Werten in einem Rohr von gleicher „Reynoldsscher Zahl" (Strömungsgeschwindigkeit mal Grenzschichtdicke durch kinematische Zähigkeit). Prandtl und v. Kármán führten die Berechnung durch für den Fall, daß das Rohrwiderstandsgesetz ein reines Potenzgesetz und die (dimensionslose)

1) Prandtl, Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, 3. Lieferung, S. 1. v. Kármán, Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. 1, 233, 1921.

Geschwindigkeitsverteilung unabhängig von der Reynoldsschen Zahl ist, Voraussetzungen, die jedoch nur für mäßige Reynoldssche Zahlen erfüllt sind.

Auf Anregung von Herrn Prof. L. Schiller, Leipzig, und mit seiner freundlichen Unterstützung wurde die Übertragung des genannten Gedankenganges auf den Fall hoher R-Werte vorgenommen, bei denen das Rohrwiderstandsgesetz nicht mehr der einfachen Potenzform gehorcht und auch die dimensionslose Geschwindigkeitsverteilung mit der Reynoldsschen Zahl variabel ist. Auf Grund dieser empirischen Daten der Rohrströmung wurde das Widerstandsgesetz der Platte (für Gesamt- und Lokalwiderstand) berechnet.

Während für den Beiwert des Gesamtwiderstandes geeignete Versuche zum Vergleich fehlen, liegen für den Beiwert des Lokalwiderstandes neueste Messungen der Hamburgischen Schiffbau-Versuchsanstalt[1]) bei sehr hohen Reynoldsschen Zahlen vor. Die Abweichungen unserer Rechnung gegenüber diesen Versuchen liegen zwischen — 2 Proz. und + 4 Proz. Im Hinblick darauf, daß die einzelnen Versuchsreihen bis zu 3 Proz. differieren, muß die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung — beinahe innerhalb der Meßgenauigkeit liegend — als sehr gut bezeichnet werden. Diese Übereinstimmung bildet zugleich eine neue Bestätigung der Prandtlschen Grenzschichttheorie.

In der Diskussion weist L. Schiller, Leipzig, darauf hin, daß durch die angegebene Beziehung die Möglichkeit gegeben ist, aus einfachen Rohrversuchen den Reibungswiderstand von Ozeandampfern zu berechnen.

1) G. Kempf, Neue Ergebnisse der Widerstandsforschung. Werft, Reederei und Hafen. 1929, H. 11/12.

BESPRECHUNGEN.

K. Rosenberg, Lehrbuch der Physik. Ausgabe I für die unteren Klassen der Mittelschulen. Gr.-8°. IV und 218 S. Mit 457 Abb. 13. Aufl. Wien 1930. Hölder-Pichler-Tempsky. Geb. RM 4.25.

Diese Neubearbeitung eines wohlbekannten und geschätzten Lehrbuchs verrät in der ganz auf die Erfahrungen im täglichen Leben eingestellten Darstellung einen recht modernen Standpunkt. Um das deutlich zu machen, sei nur erwähnt, daß in der Wärmelehre die Thermosflasche als Ausgangspunkt für die Wärmeleitung, in der Elektrizitätslehre in entsprechender Weise die Taschenlampe, in der Bewegungslehre der Radfahrer als Material für die Begriffsbildung dienen. Die Darstellung ist sehr korrekt, die Ausstattung übersichtlich und praktisch.

E. Nies.

F. Körner, Lehrbuch der Physik. Für den Gebrauch an höheren techn. Lehranstalten. II. Teil: Licht, Wärme, Magnetismus, Elektrizität. Gr.-8°. IV u. 246 S. Mit 303 Abb. 5. Aufl., umgearb. von K. Treven. Leipzig und Wien 1930. F. Deuticke. Geb. RM 7.60 bzw. S. 11.40.

Das Buch gibt im Wesentlichen eine Sammlung von Tatsachen und bemüht sich bei aller Knappheit der Darstellung möglichst viele Einzelheiten zu bringen. Allerdings verlangt der Zweck des Buches auch wohl eher die Bekanntschaft mit den praktischen Anwendungen der Physik als das tiefere Verständnis der Vorgänge. Im übrigen ist das Gebotene recht zeitgemäß.

Die Einordnung der Wärmelehre zwischen Optik und Elektrik kann nur durch äußere Gründe gerechtfertigt werden. Zu erwähnen ist die betont fremdwortfreie Sprache.

E. Nies.

L. Watrinet u. J. Eich, Physik der Arbeitsschule. Gr.-8°. 207 S. Mit 126 Abb. und einem Anhang. 2. Aufl. Köln. I. P. Bachem. Geb. RM 9,60.

Das vorliegende Werk, eine Neubearbeitung der „Physik der Volksschule" von P. Jansch, ist als didaktisches Anleitungsbuch für die Hand des Volksschullehrers gedacht und sucht den heute tonangebenden Gedanken der Arbeitsschule im Sinn des ersten Verfassers auszubauen. Die recht anregende Darstellung ist in der Hauptsache in Form eines Wechselgesprächs zwischen Lehrer und Schülern gehalten, indes die Stoffanordnung der üblichen Einteilung folgt. (Aber die Elektrizität sollte nicht mehr in „Reibungs-" und „Berührungs"elektrizität eingeteilt werden!) Der Anhang enthält Werkzeichnungen einfacher Unterrichtsapparate. E. Nies.

G. Mahler, Physikalische Aufgabensammlung. 8°. 136 S. 4. verb. Aufl., neu bearb. von K. Mahler. Berlin u. Leipzig 1930. de Gruyter. (Sammlung Göschen Nr. 243.) Geb. RM 1.80.

Diese Auflage unterscheidet sich von der vorhergehenden vor allem dadurch, daß von den rund 700 Aufgaben über 100 durch zweckmäßigere, modernere und sinnvollere ersetzt wurden. Die Lösungen sind beigegeben. Das Büchlein ist wohl in erster Linie für die Hand des Lehrers an höheren Schulen gedacht.

E. Nies.

H. G. Möller, Behandlung von Schwingungsaufgaben mit komplexen Amplituden und mit Vektoren. Gr.-8°. X u. 128 S. Mit 91 Abb. u. 1 Tafel. Leipzig 1928. S. Hirzel. Brosch. RM 6.—, geb. RM 8.—.

Dieses Buch ist aus Vorlesungen des Verfassers entstanden, die den Zweck hatten, dem Studierenden das Rechnen mit $e^{j\omega t}$ näher zu bringen. Das Bedürfnis einer solchen Einführung besteht zweifellos. Der Schwerpunkt der Schrift liegt in systematischer Anleitung zu Ansatz und Rechnung. Der Stoff ist nach theoretischen Grundlagen und Beispielen gegliedert, wobei aber der erste Teil mehr ein systematischer Überblick als eine tiefere mathematische Vorbereitung sein will. Vielleicht wäre ein Eingehen auf die mathematische Seite, oder wenigstens ein Literaturhinweis in dieser Richtung (z. B. Spielrein, Lehrbuch der Vektorrechnung, Abschnitt über komplexe Darstellung komplanarer Vektoren; Jaeger, Elektr. Meßtechnik, 2. Aufl. 1922, S. 19 ff.) zweckmäßig gewesen.

Die Sammlung durchgerechneter Beispiele ist sehr reichhaltig. U. a. werden behandelt: Wheatstonesche Brücke, Resonanzkreise, Transformatoren, Theorie des Röhrensenders, Telefon, Kabeltheorie, Siebketten. Bemerkenswert ist auch die komplexe Behandlung der Hysteresisschleife. Bei einer späteren Neuauflage wäre vielleicht eine Ausdehnung des Stoffes auf optisches und akustisches Gebiet empfehlenswert, wodurch das Buch für den Physiker noch interessanter würde. Auch eine Beseitigung der recht zahlreichen Druckfehler wäre angenehm.

H. Hörig.

H. G. Möller, Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen. Dritte, vollst. umgearb. Auflage. Gr.-8°. XVI und 262 S. Mit 232 Textabb. und Geleitwort von Max Wien. Braunschweig 1929. Fr. Vieweg & Sohn. Geh. RM 15.—, geb. RM 17.50.

Von dem grundlegenden Werte der Möllerschen „Elektronenröhren" ist wohl jeder überzeugt gewesen, der sich mit dem Gegenstande beschäftigte. Ebenso richtig ist aber des Verfassers Feststellung: „die ersten beiden Auflagen galten für schwierig". Es ist daher erfreulich, daß die vorliegende Neubearbeitung den größten Wert auf leicht faßliche Darstellung des schwierigen Stoffes legt, so daß sie in dieser Form dem Studierenden wie dem Manne der Praxis ein sehr willkommenes Lehrbuch sein wird. Nach dem Lesen dieser dritten Auflage wird man auch gern die beiden älteren wieder zur Hand nehmen. Der Verfasser hat Wert darauf gelegt, die Methode der komplexen Amplituden von Anfang an verständlich zu machen und ihre Vorteile klarzustellen. Auch ist systematischer als früher darauf Bedacht genommen, die mathematischen Ansätze durch vorangehende Besprechung des physikalischen Kerns vorzubereiten. Möllers frühere Darstellung der Schwingkennlinienmethoden erscheint hier in neuer Bearbeitung: die Gitterströme werden anfänglich nicht mit in Betracht gezogen, sondern sie werden in einem folgenden besonderen Kapitel behandelt. Der Leser kann dann mit Vorteil nach Lektüre dieser Abschnitte zur zweiten Auflage zurückkehren. Die Physik der Verstärkerröhren, also die Elektronenbewegung im Vakuum, die Emissionsvorgänge und die Vakuumprobleme sind in einem umfangreichen Kapitel an den Schluß gestellt. Dieser Abschnitt wird besonders dem Konstrukteur nützlich sein. Dabei ist bemerkenswert, daß hier die nötigen Rechnungen im allgemeinen so gegeben sind, daß das Verständnis auch ohne Lektüre der Originalarbeiten möglich ist. Trotzdem möchte es dem Referenten scheinen, daß für manchen Leser ein ausführliches Literaturverzeichnis, etwa am Ende des Buches, doch recht angenehm gewesen wäre. Zusammenfassend ist zu sagen: diese dritte Auflage stellt ein fast neues Buch dar und wird jedem, der mit Elektronenröhren zu tun hat, äußerst wertvoll sein.

H. Hörig.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Jena Dr. Ing. Harald Müller für angewandte Physik, an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Hans Wolfgang Kohlschütter für Chemie, an der Universität Berlin Dr. Friedrich Möglich für Physik, Dr. Hans Beutler und Dr. Walter Meißner für Chemie, an der Universität Würzburg Dr. G. Wagner für Chemie, an der Technischen Hochschule Stuttgart der Direktor des chemischen Untersuchungsamtes der Stadt Stuttgart Dr. O. Mezger für Nahrungsmittelchemie und gerichtliche Chemie (mit Lehrauftrag), an der Universität Bern Dr. W. Feitknecht für Physikalische Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent für Geschichte der Mathematik an der Universität München Oberstudiendirektor Dr. Heinrich Wieleitner zum Honorarprofessor an der gleichen Universität, der a. o. Professor der Astronomie an der Universität Bonn und Observator der Sternwarte daselbst Dr. Josef Hopmann zum ord. Professor der Astronomie an der Universität Leipzig (an Stelle des in den Ruhestand getretenen Professor Dr. Julius Bauschinger), der Privatdozent für Chemie an der Universität Leipzig Dr. Conrad Weygand zum a. o. Professor ebenda, der Privatdozent an der Universität Göttingen Dr. Fritz Kögl zum ord. Professor für organische Chemie an der Reichs-Universität Utrecht, der Leiter des Physikalischen Instituts der Princeton University Professor Dr. Karl Theodor Compton zum Präsidenten des Massachusetts Institute of Technology in Cambridge U.S.A. als Nachfolger von Dr. Samuel W. Stratton, der Vorsitzender des Exekutivkomitees des Instituts wurde.

Gesuche.

Prom. Physiker
1 Jahr Universitätsassistent, 1½ Jahre Industriepraxis, mit Arbeiten a. d. Gebiete der Kapillarphysik sowie Hochvakuum- und Hochspannungstechnik sucht aus wissenschaftl. Neigung
Assistentenstelle.
Angebote unter S. H. 28 an den Verlag dieser Zeitschrift.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.